

Научная статья

УДК 624.131

doi:10.52170/1815-9265_2026_78_103

Оценка надежности фундамента по осадке многослойного основания

Александр Михайлович Караулов¹, Константин Валерьевич Королев^{2✉},
Константин Алексеевич Федосин³, Валерия Сергеевна Королева⁴

^{1, 2, 4} Сибирский государственный университет путей сообщения, Новосибирск, Россия

³ «Эм-Си Баухеми», Санкт-Петербург, Россия

¹ karaulov_am@mail.ru

² korolev_kv@mail.ru✉

³ konstantin.fedosin@mc-bauchemie.ru

⁴ lera.makarova.2011@mail.ru

Аннотация. Повышение качества проектных решений фундаментной части зданий и сооружений неразрывно связано с оценкой их надежности. Однако методы такой оценки разработаны к настоящему времени совершенно недостаточно. Принятый в отечественном фундаментостроении принцип проектирования по предельным состояниям оперирует понятием расчетных значений нагрузки и характеристик грунтов. Также здесь присутствует понятие надежности в виде коэффициентов надежности по нагрузке и коэффициентов надежности по грунту. Эти коэффициенты являются оценкой методов определения отдельных параметров. В то же время понятие надежности в принципе означает безотказность работы всей системы, в данном случае – фундамента сооружения и грунтового массива. Вероятность оценки надежности, называемая уровнем надежности, предполагает наличие условий, которым должно отвечать проектное решение. Как правило, это условия по несущей способности и по деформациям основания. Вероятность выполнения данных условий, которые рассматриваются как заданные функции случайных величин, будет характеризовать надежность фундаментной конструкции.

Порядок действий по определению уровня надежности состоит в следующем. Во-первых, устанавливаются случайные параметры проверяемого условия и их числовые характеристики до центральных моментов четвертого порядка. Во-вторых, рассчитываются числовые характеристики условия, как случайной функции, предварительно линеаризованной. И в-третьих, рассчитывается вероятность выполнения условия с использованием произвольного закона распределения в виде ряда Шарлье. Такой подход к оценке надежности фундаментных конструкций достаточно обоснован и может использоваться в практике проектирования. Было рассмотрено применение этого метода для оценки надежности грунтового основания по несущей способности и по деформациям. Однако в последних редакциях нормативных документов метод расчета осадки был существенно изменен. Цель настоящей статьи заключалась в изложении алгоритма оценки надежности модернизированного метода расчета осадки грунтовых оснований.

Ключевые слова: оценка надежности, расчет осадки, метод послойного суммирования

Для цитирования: Караулов А. М., Королев К. В., Федосин К. А., Королева В. С. Оценка надежности фундамента по осадке многослойного основания // Вестник Сибирского государственного университета путей сообщения. 2026. № 1 (78). С. 103–108. DOI 10.52170/1815-9265_2026_78_103.

Original article

Evaluation of foundation reliability based on the settlement of a multi-layer base

Alexander M. Karaulov¹, Konstantin V. Korolev^{2✉}, Konstantin A. Fedosin³,
Valeria S. Koroleva⁴

^{1, 2, 4} Siberian Transport University, Novosibirsk, Russia

³ MC Bauchemie, Saint Petersburg, Russia

¹ karaulov_am@mail.ru

² korolev_kv@mail.ru✉

³ konstantin.fedosin@mc-bauchemie.ru

⁴ lera.makarova.2011@mail.ru

Abstract. Improving the quality of foundation design solutions for buildings and structures is inextricably linked to assessing their reliability. However, methods for such assessment have been vastly underdeveloped to date.

The principle of limit state design adopted in domestic foundation engineering relies on the concept of design load values and soil characteristics. This concept also includes reliability factors in the form of load and soil reliability factors. These factors represent estimates of the methods used to determine individual parameters. At the same time, reliability, in principle, implies the failure-free operation of the entire system - in this case, the structure's foundation and soil mass. The probability of assessing reliability, known as the reliability level, presupposes the presence of conditions that the design solution must meet. Typically, these conditions relate to bearing capacity and foundation deformations. The probability of meeting these conditions, which are considered as specified functions of random variables, characterizes the reliability of the foundation structure.

The procedure for determining the reliability level is defined as follows. First, the random parameters of the condition being tested and their numerical characteristics up to the fourth-order central moments are established. Second, the numerical characteristics of the condition are calculated as a random function, previously linearized. Third, the probability of the condition being satisfied is calculated using an arbitrary distribution law in the form of a Charlier series. This approach to assessing the reliability of foundation structures is sufficiently justified and can be used in design practice. The application of this method was considered for assessing the reliability of soil foundations based on bearing capacity and deformation. However, in recent revisions of regulatory documents, the settlement calculation method has been significantly modified. The purpose of this article was to present an algorithm for assessing the reliability of the modernized method for calculating the settlement of soil foundations.

Keywords: reliability assessment, settlement calculation, layer-by-layer summation method

For citation: Karaulov A. M., Korolev K. V., Fedosin K. A., Koroleva V. S. Evaluation of foundation reliability based on the settlement of a multi-layer base. *The Siberian Transport University Bulletin*. 2026;(78):103–108. (In Russ.). DOI 10.52170/1815-9265_2026_78_103.

Введение

Оценка надежности грунтовых оснований представляется необходимым дополнением расчетов по предельным состояниям при проектировании фундаментной части зданий и сооружений [1, 2]. Проверка оснований по деформациям и несущей способности выполняется с использованием расчетных значений деформационных характеристик грунтов. Эти значения устанавливаются в рамках нормального закона распределения. При таком подходе учитывается влияние случайных факторов на формирование физико-механических свойств грунтов. Однако остается открытым вопрос о взаимовлиянии случайных процессов в работе неоднородных грунтовых массивов как единой системы, взаимодействующей с инженерным сооружением. Решение именно этого вопроса возможно с помощью методики определения уровня систем, работа которых обусловлена аргументами случайного характера [3–7]. При этом допускается произвольный закон распределения. В данной статье приводится алгоритм расчета уровня надежности грунтового основания по осадке применительно к модернизированному методу послойного суммирования. Проверка по осадке основания является основной для большинства промышленных и гражданских зданий и сооружений.

Теоретические исследования

Согласно СНиП 2.02.01–83* [8] расчет осадки многослойных зданий и сооружений должен выполняться методом послойного суммирования. С 2011 г. нормативными доку-

ментами по проектированию оснований принят модернизированный вариант этого метода, актуальный вариант изложен в [9]. Согласно этому методу осадка от действующего по подошве фундамента расчетного давления p реализуется в пределах активной зоны сжатия мощностью H_c . Эта зона разбивается на расчетные слои, сжатие которых в сумме дает искомую величину осадки. Формула для расчета осадки имеет вид

$$s = 0,8 \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_{zp,i} - \sigma_{z\gamma,i}}{E_i} h_i + 0,8 \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_{z\gamma,i}}{5E_i} h_i, \quad (1)$$

где n – количество расчетных слоев в пределах активной зоны сжатия; $\sigma_{zp,i} = \alpha p$ – вертикальное напряжение в середине расчетного слоя от расчетного давления; $\sigma_{z\gamma,i} = \bar{\alpha} \sigma_{zg,0}$ – вертикальное напряжение в середине расчетного слоя от бытового давления $\sigma_{zg,0}$, действовавшего по дну котлована до его разработки; E_i – модуль деформации грунта в пределах расчетного слоя; h_i – толщина расчетного слоя.

Коэффициенты рассеивания напряжений α и $\bar{\alpha}$ для прямоугольной загруженной площадки даются формулой

$$\alpha = \frac{2}{\pi} \left[\frac{abz(a^2 + b^2 + 2z^2)}{(a^2 + z^2)(b^2 + z^2)\sqrt{a^2 + b^2 + z^2}} + \arctg \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2 + z^2}} \right]. \quad (2)$$

В этой формуле a и b есть длина и ширина подошвы фундамента при вычислении α , длина и ширина дна котлована при вычислении $\bar{\alpha}$;

z – глубина расположения рассматриваемой точки от подошвы фундамента.

Мощность активной зоны сжатия H_c определяется условием на ее нижней границе:

$$\sigma_{zp} = 0,5\sigma_{zg}. \quad (3)$$

Основной характеристикой, определяющей осадку основания, является модуль деформации грунта. Значение модуля деформации – величина случайная. Осадка многослойного основания есть функция случайных величин (модулей деформации) и также является случайной величиной [4]. Поэтому при оценке осадки основания целесообразно учитывать ее случайный характер.

Для выполнения оценки основания как случайной величины преобразуем формулу для ее определения к виду

$$s = \sum_{i=1}^k \frac{B_i}{E_i}. \quad (4)$$

Здесь суммирование ведется по различным слоям грунта. Число k есть количество инженерно-геологических элементов (ИГЭ), попадающих в сжимаемую толщу грунта ($i = 1, \dots, k$). Каждый слой грунта характеризуется координатами кровли z_i и подошвы z_{i+1} . Соответственно, E_i – модуль деформации i -го слоя, а величина B_i определяется для этого слоя следующим образом:

$$B_i = 0,8pA_i - 0,64\sigma_{zg0}\bar{A}_i, \quad (5)$$

$$A_i = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \alpha dz, \quad \bar{A}_i = \int_{z_i}^{z_{i+1}} \bar{\alpha} dz,$$

где A_i и $\bar{A}_i$ – площади эпюр коэффициента рассеивания напряжений в пределах i -го слоя для определения напряжений от расчетной нагрузки и бытового давления в уровне подошвы фундамента.

Для определения числовых характеристик случайной величины s эти характеристики устанавливаются для каждого модуля деформации E_i , а именно – математическое ожидание m_{Ei} , дисперсия D_{Ei} , центральный момент третьего порядка μ_{3Ei} и центральный момент четвертого порядка μ_{4Ei} . Точка математического ожидания в пространстве $(E_1, \dots, E_k)$ определяется координатами $(m_{E1}, \dots, m_{Ek})$.

Числовые характеристики устанавливаются для линеаризованного уравнения, определяющего осадку s , имеющего вид [10]:

$$s = m_s + \sum_{i=1}^k S'_{mi}(E_i - m_{Ei}). \quad (6)$$

Математическое ожидание s , обозначенное символом m_s , вычисляется для указанной точки математических ожиданий:

$$m_s = \sum_{i=1}^k \frac{B_i}{m_{Ei}}. \quad (7)$$

Для этой же точки определяются частные производные осадки по модулям деформации:

$$S'_{mi} = -\frac{B_i}{m_{Ei}^2}. \quad (8)$$

Остальные числовые характеристики (дисперсия D_s , центральные моменты третьего μ_{3s} и четвертого μ_{4s} порядков) даются выражениями:

$$D_s = \sum_{i=1}^k S'^2_{mi} D_{Ei};$$

$$\mu_{3s} = \sum_{i=1}^k S'^3_{mi} \mu_{3Ei}; \quad (9)$$

$$\mu_{4s} = \sum_{i=1}^k S'^4_{mi} \mu_{4Ei} + 6 \sum_{i < j} S'^2_{mi} D_{Ei} S'^2_{mj} D_{Ej}.$$

Для оценки надежности фундамента по осадке необходимо сформулировать условие, которому должна отвечать расчетная осадка. Примем традиционное условие: осадка s не должна превышать предельной величины s_u . Соответственно, запишем выражение для случайной величины Y :

$$Y = s - s_u. \quad (10)$$

Уровень надежности H по осадке есть вероятность того, что случайная величина Y будет меньше нуля. Предельная осадка s_u есть константа, так что ее математическое ожидание равно самой величине, а все центральные моменты равны нулю. Тогда числовые характеристики случайной величины Y определяются формулами:

$$m_y = m_s - s_u; \quad D_y = D_s;$$

$$\mu_{3y} = \mu_{3s}; \quad \mu_{4y} = \mu_{4s}. \quad (11)$$

Кроме того, для этой случайной величины вычисляются среднее квадратическое отклонение, коэффициент асимметрии и эксцесс:

$$\sigma_y = \sqrt{D_y}, \quad A_y = \frac{\mu_{3y}}{\sigma_y^3}, \quad E_y = \frac{\mu_{4y}}{\sigma_y^4} - 3. \quad (12)$$

Интегральная функция распределения случайной величины Y записывается с помощью ряда Шарлье [5, 6]:

$$F(y) = \frac{1}{2}[1 + \Phi(z)] - \frac{\varphi_0(z)}{6} \left[A_y(z^2 - 1) + \frac{1}{4} E_y(z^3 - 3z) \right], \quad (13)$$

где $\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{\xi^2}{2}} d\xi$ – функция Лапласа;

$$z = \frac{y - m_y}{\sigma_y}; \quad \varphi_0(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}.$$

Соответственно, при $y = 0$ аргумент $z = -\frac{m_y}{\sigma_y}$ и $F(0)$ есть искомая величина вероятности выполнения условия по осадке, т. е. уровня надежности расчета.

Результаты исследования и их обсуждение

Рассмотрим пример расчета. На рисунке приведена схема к определению осадки методом послойного суммирования.

На основание действует расчетная нагрузка от фундамента с прямоугольной подошвой (ширина $b = 6$ м, длина $a = 11$ м), имеющего глубину заложения 2 м. Удельный вес грунта, залегающего выше подошвы фундамента, равен $\gamma' = 17,9$ кН/м³. Основание на глубину активной зоны сжатия $H_c = 10$ м представлено тремя слоями грунта:

– ИГЭ №1 мощностью 3 м, удельный вес $\gamma = 17,7$ кН/м³;

– ИГЭ №2 мощностью 4 м, удельный вес $\gamma = 16,9$ кН/м³;

– ИГЭ №3 мощностью 3 м, удельный вес $\gamma = 18,1$ кН/м³.

На схеме показаны эпюры напряжений σ_{zg} , σ_{zg} . На нижней границе зоны сжатия ($H_c = 10$ м) выполняется условие $0,5\sigma_{zg} \approx \sigma_{zp} = 105$ кПа при $p = 442$ кПа.

Частные значения модулей деформации инженерно-геологических элементов, как случайных величин, приведены в табл. 1.

В табл. 2 даны значения числовых характеристик модулей деформации – математических ожиданий, дисперсий и центральных моментов третьего и четвертого порядков.

В табл. 3 сведены значения расчетных параметров A_i , $\bar{A}_i$, B_i , S'_{mi} из формул (3)–(5).

Далее по формулам (7) и (9) рассчитываются числовые характеристики случайной величины s :

$$m_s = \sum_{i=1}^3 \frac{B_i}{m_{Ei}} = 0,1984;$$

$$D_s = \sum_{i=1}^3 S_{mi}^{\prime 2} D_{Ei} = 2,521 \cdot 10^{-5};$$

$$\mu_{3s} = \sum_{i=1}^3 S_{mi}^{\prime 3} \mu_{3Ei} = 5,9 \cdot 10^{-9};$$

$$\mu_{4s} = \sum_{i=1}^3 S_{mi}^{\prime 4} \mu_{4Ei} + 6 \sum_{i < j} S_{mi}^{\prime 2} D_{Ei} S_{mj}^{\prime 2} D_{Ej} = 1,343 \cdot 10^{-9}.$$

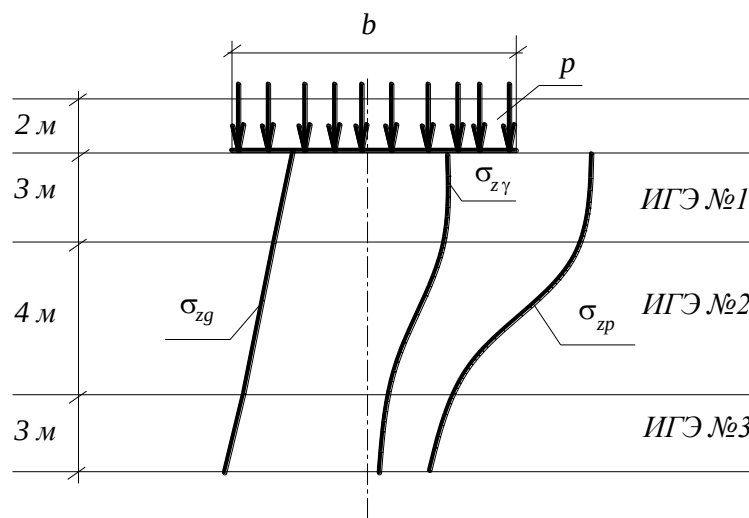
Принимая значение допустимой осадки $s_u = 0,2$ согласно формулам (11), имеем числовые характеристики случайной величины y :

$$m_y = m_s - s_u = -1,624 \cdot 10^{-3};$$

$$D_y = D_s = 2,521 \cdot 10^{-5};$$

$$\mu_{3y} = \mu_{3s} = 5,9 \cdot 10^{-9};$$

$$\mu_{4y} = \mu_{4s} = 1,343 \cdot 10^{-9}.$$



Расчетная схема к определению осадки основания

Таблица 1

Выборки случайных величин – модулей деформации E_1, E_2, E_3 , кПа

Модуль деформации	1	2	3	4	5	6
E_1	14 000	13 500	14 200	13 600	13 100	14 600
E_2	8 100	8 200	7 980	7 450	7 760	7 470
E_3	12 000	11 400	13 300	10 900	11 680	12 400

Таблица 2

Числовые характеристики случайных величин E_1, E_2, E_3

Грунт	m_{Ei} , кПа	D_{Ei} , кПа ²	μ_{3Ei} , кПа ³	μ_{4Ei} , кПа ⁴
Слой 1 ($i = 1$)	$1,383 \cdot 10^4$	$2,907 \cdot 10^5$	$1,008 \cdot 10^7$	$1,115 \cdot 10^{11}$
Слой 2 ($i = 2$)	$0,7827 \cdot 10^4$	$1,022 \cdot 10^5$	$-0,3841 \cdot 10^7$	$0,1032 \cdot 10^{11}$
Слой 3 ($i = 3$)	$1,195 \cdot 10^4$	$7,011 \cdot 10^5$	$1,195 \cdot 10^4$	$7,819 \cdot 10^{11}$

Таблица 3

Значения расчетных параметров $A_i, \bar{A}_i, B_i, S'_{mi}$

Грунт	A_i	$\bar{A}_i$	B_i	S'_{mi}
Слой 1 ($i = 1$)	2,803	2,856	925,7	-4,838
Слой 2 ($i = 2$)	2,285	2,542	749,7	-1,224
Слой 3 ($i = 3$)	0,9189	1,089	300,0	-2,102

Кроме того, для этой случайной величины по формулам (12) устанавливаем среднее квадратическое отклонение, коэффициент асимметрии и эксцесс:

$$\sigma_y = \sqrt{D_y} = \sqrt{2,521 \cdot 10^{-9}} = 2,208 \cdot 10^{-3};$$

$$A_y = \frac{\mu_{3y}}{\sigma_y^3} = \frac{5,9 \cdot 10^{-9}}{2,208^3 \cdot 10^{-9}} = 0,04661;$$

$$E_y = \frac{\mu_{4y}}{\sigma_y^4} - 3 = \frac{1,343 \cdot 10^{-9}}{2,208^4 \cdot 10^{-12}} - 3 = -0,8861.$$

Располагая вычисленными характеристиками и принимая $z = 0,3235$ при $y = 0$, по формуле (13) рассчитываем уровень надежности $H = F(0) = 0,6163$. Заметим, что условие по осадке выполняется: $s = 0,198 < s_u = 0,2$, однако надежность оценки мала – 0,6163. В данном случае это не представляет большой опасности, поскольку, например, при снижении расчетного давления с 442 до 420 кПа надеж-

ность резко увеличивается до 0,98. Данный пример наглядно иллюстрирует, что вычисление уровня надежности дает полезную информацию для оценки и корректировки проектных решений.

Выводы

Таким образом, используя достаточно компактный математический инструментарий, можно выйти на оценку надежности при проектировании оснований, фундаментов и в целом строительных конструкций. Применение предложенного в статье алгоритма очевидным образом позволит качественно лучше оценивать надежность проектных решений, фактически переходя от оценки «по опыту» (что тоже нельзя сбрасывать со счетов) к количественной оценке, базирующейся на фундаментальных законах теории вероятности и строгих методах математической статистики.

Список источников

1. Силин Я. В. О применении теории катастроф к оценке надежности оборудования нефтегазового комплекса // Северный регион: наука, образование, культура. 2013. № 2 (28). С. 62–69.
2. Уткин В. С. Оценка надежности и несущей способности строительных конструкций на основе теории нечетких множеств и теории возможностей : специальность 05.23.17 «Строительная механика» : диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук / Уткин Владимир Сергеевич. 2002. 395 с.
3. Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д. Математические методы в теории надежности. Основные характеристики надежности и их статистический анализ : монография. Издание 2-е, исправленное и

дополненное. Москва : ЛИБРОКОМ, 2012. 582 с. (Сер. Физико-математическое наследие : математика (теория вероятностей)).

4. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Прикладные задачи теории вероятностей. Москва : Радио и связь, 1983. 416 с.

5. Пугачев В. С., Синицын И. Н. Структурная теория сложных стохастических систем // Информатика и ее применения. 2011. Т. 2 (5). С. 4–16.

6. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Москва : Юрайт, 2003. 427 с.

7. СНиП 2.02.01–83*. Основания зданий и сооружений. Москва : ЦПП, 2006. 48 с.

8. СП 22.13330.2016. Основания зданий и сооружений : актуализированная редакция СНиП 2.02.01-83*. Москва : Стандартинформ, 2016. 228 с.

9. Ермолаев Н. Н., Михеев В. В. Надежность оснований сооружений. Ленинград : Стройиздат, Ленинградское отделение, 1976. 152 с.

10. Караулов А. М., Королев К. В., Федосин К. А. Определение уровня надежности условия по осадке грунтового основания // Гидроэнергетика. Гидротехника. Новые разработки и технологии : тезисы докладов шестнадцатой научно-технической конференции. Санкт-Петербург : ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева, 2024. С. 148–150.

References

1. Silin Ya. V. On the application of catastrophe theory to assessing the reliability of oil and gas complex equipment. *Northern Region: Science, Education, Culture*. 2013;(28):62–69. (In Russ.).

2. Utkin V. S. Assessment of reliability and bearing capacity of building structures based on the theory of fuzzy sets and possibility theory: specialty 05.23.17 ‘Structural Mechanics’. Dissertation for the Degree of Doctor of Engineering. Utkin Vladimir Sergeevich. 2002. 395 p. (In Russ.).

3. Gnedenko B. V., Belyaev Yu. K., Soloviev A. D. Mathematical methods in reliability theory. main reliability characteristics and their statistical analysis: Monograph. 2nd ed., corrected and added. Moscow: LIBROKOM; 2012. 582 p. (Series: Physico-Mathematical Heritage: Mathematics (Probability Theory)). (In Russ.).

4. Venttsel E. S., Ovcharov L. A. Applied problems of probability theory. Moscow: Radio i Svyaz; 1983. 416 p. (In Russ.).

5. Pugachev V. S., Sinitsyn I. N. Structural theory of complex stochastic systems. *Informatics and Its Applications*. 2011;2(5):4–16. (In Russ.).

6. Gmurman V. E. Probability theory and mathematical statistics. Moscow: Yurait; 2003. 427 p. (In Russ.).

7. SNiP 2.02.01–83*. Foundations of buildings and structures. Moscow: TsPP; 2006. 48 p. (In Russ.).

8. SP 22.13330.2016. Foundations of buildings and structures. Updated version of SNiP 2.02.01-83*. Moscow: Standartinform; 2016. 228 p. (In Russ.).

9. Ermolaev N. N., Mikheev V. V. Reliability of structure foundations. Leningrad: Stroyizdat, Leningrad Branch; 1976. 152 p. (In Russ.).

10. Karaulov A. M., Korolev K. V., Fedosin K. A. Determining the reliability level of the soil foundation settlement condition. *Hydropower. Hydraulic Engineering. New Developments and Technologies: Abstracts of the Sixteenth Scientific and Technical Conference*. St. Petersburg: All-Russian Vedenev Hydraulic Engineering Research Institute; 2024. P. 148–150. (In Russ.).

Информация об авторах

А. М. Караулов – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Геотехника, тоннели и метрополитены» Сибирского государственного университета путей сообщения.

К. В. Королев – доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Геотехника, тоннели и метрополитены» Сибирского государственного университета путей сообщения.

К. А. Федосин – ООО «Эм-Си Баухеми», менеджер проекта MC-Bauchemie.

В. С. Королева – аспирант, инженер-проектировщик НИЛ «Геотехника, тоннели и метрополитены» Сибирского государственного университета путей сообщения.

Information about the authors

A. M. Karaulov – Doctor of Engineering, Professor, Professor of the Geotechnics, Tunnels and Subways Department, Siberian Transport University.

K. V. Korolev – Doctor of Engineering, Associate Professor, Head of the Geotechnics, Tunnels and Subways Department, Siberian Transport University.

K. A. Fedosin – MC-Bauchemie LLC, MC-Bauchemie Project Manager.

V. S. Koroleva – Postgraduate, Design Engineer at the Geotechnics, Tunnels and Subways Research Laboratory, Siberian Transport University.

Статья поступила в редакцию 17.11.2025; одобрена после рецензирования 16.01.2026; принята к публикации 11.02.2026.

The article was submitted 17.11.2025; approved after reviewing 16.01.2026; accepted for publication 11.02.2026.