

Научная статья
УДК 625.143.482
doi:10.52170/1815-9265_2026_79_42

Альтернативный подход к оценке устойчивости бесстыкового пути

Павел Николаевич Смирнов

Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева,
Красноярск, Россия, psmirnov@list.ru

Аннотация. В статье предлагается математическая модель потери устойчивости бесстыкового пути, основанная на анализе деформированной формы эквивалентного стержня, моделирующего рельсошпальную решетку. Деформированная область эквивалентного стержня бесконечной длины разбивается на участки выпучивания с поперечными перемещениями и прилегающие участки, на которых происходит только сжатие. Длина участков неизвестна и определяется в ходе решения. Отличительной особенностью предлагаемой модели является учет разрядки сжимающих сил после потери устойчивости, а также нелинейности деформаций, но с сохранением гипотезы плоских сечений. Закон изменения сжимающей силы зависит от принятого закона изменения сопротивления среды, в которой происходит деформация. Модель улучшена учетом нелинейности сопротивлений продольным и поперечным перемещениям сечений эквивалентного стержня. Функции сопротивлений получаются аппроксимацией экспериментальных точек методом наименьших квадратов, нелинейным в случае аппроксимации поперечного сопротивления. Система нелинейных дифференциальных уравнений, которая замыкается граничными условиями и условиями трансверсальности, решается методом конечных разностей. Для составления разностных уравнений используются центральные разностные формулы, требующие минимальной длины шаблона. Решение производится методом последовательных приближений, обеспечивающим достаточное количество узлов разностной сетки. Приведены результаты расчетов параметров устойчивости рельсового пути, в том числе критическое значение температуры нагрева рельсов выше температуры закрепления, при котором может существовать устойчивая деформированная форма. Результаты решения по уточненной модели сравниваются с результатами, полученными по модели с постоянным сопротивлением и по модели без разрядки сжимающей силы. Уточнение модели путем учета нелинейностей различной природы имеет важное значение для оценки предкритического состояния бесстыкового пути.

Ключевые слова: бесстыковой путь, устойчивость гибкого стержня, нелинейное сопротивление, метод конечных разностей

Для цитирования: Смирнов П. Н. Альтернативный подход к оценке устойчивости бесстыкового пути // Вестник Сибирского государственного университета путей сообщения. 2026. № 2 (79). С. 42–49. DOI 10.52170/1815-9265_2026_79_42.

Original article

An alternative approach to assessing the stability of continuous welded rail

Pavel N. Smirnov

Reshetnev Siberian State University of Science and Technology, Krasnoyarsk, Russia, psmirnov@list.ru

Abstract. The article presents a mathematical model for the loss of stability in a continuous welded rail system, based on the analysis of the deformed shape of an equivalent beam that simulates the rail-sleeper grid. The deformed area of an equivalent infinitely long beam divided into a buckling region characterized by transverse displacements and adjacent regions where only compression occurs. The length of the regions is unknown and determined during the solution. The distinctive feature of the proposed model is to take into account the release of compressive forces after loss of stability, as well as the non-linearity of deformations, but with the preservation of the Bernoulli hypothesis. The law of changing the compressive force depends on the accepted law of changing the resistance of the environment in which the deformation occurs. Model has been improved to account for the non-linearity of resistance to longitudinal and transverse cross-section displacements of the equivalent beam. Resistance functions are obtained by the approximation of experimental points using the least squares method, non-linear in case of transverse resistance approximation. The system of non-linear differential equations, which is closed by boundary conditions and transversality conditions, is solved by the finite difference method. The difference equations use central difference formulas, which require a minimum length of the template. The solution is made

by a method of successive approximations, ensuring a sufficient number of grid nodes. The results of track stability parameters calculations are presented. Including the critical value of the heating temperature of the rails above the fixing temperature, at which a stable deformed shape can exist. The results of the solution according to the refined model are compared with the results of the model with constant resistance and with the results of the model without the release of the compressive force. Refinement of the model by taking into account non-linearities of various natures is important for assessing the pre-critical state of a continuous welded track.

Keywords: continuous welded rail, stability of flexible beam, non-linear resistance, finite difference method

For citation: Smirnov P. N. An alternative approach to assessing the stability of continuous welded rail. *The Siberian Transport University Bulletin*. 2026;(79):42–49. (In Russ.). DOI 10.52170/1815-9265_2026_79_42.

Введение

Географическое положение нашей страны располагает к интенсивному развитию железнодорожного транспорта. Одним из направлений такого развития является расширение использования бесстыкового пути. При этом применение длинномерных рельсовых плетей в регионах с жесткими климатическими условиями приводит к возникновению проблем, связанных с изменением температуры. Возникают две задачи о компенсации температурных деформаций: задача о разрыве рельсов при понижении температуры относительно температуры закрепления и задача о потере устойчивости рельсовых плетей при повышении температуры относительно температуры закрепления. Решению этих задач посвящено множество работ. Современные исследования отечественных авторов [1; 2, с. 44] предлагают решения, учитывающие воздействие поездов и различных накопленных эффектов. Все они либо основываются на энергетических методах, предполагающих аппроксимацию функций перемещения эквивалентного стержня, который моделирует рельсошпальную решетку, либо в той или иной форме используют точные решения, полученные А. Я. Коганом и приведенные в [3, с. 146]. В данной работе предлагается рассмотреть решение задачи устойчивости бесстыкового пути, основанное на анализе деформированной формы эквивалентного стержня и предложенное А. Кэрром [4]. Данное решение учитывает нелинейность деформаций и разрядку сжимающей силы, происходящую при выбросе пути. Однако оно имеет некоторые особенности, связанные с моделированием и сложностью получения аналитических решений дифференциальных уравнений. Объединение преимуществ подходов, изложенных в [3, 4] позволит получить уточненную модель потери устойчивости бесстыкового пути, пригодную к анализу его предкритического состояния. В данной работе рассматривается статическая задача потери устойчивости рельсового пути, в которой нагрузками явля-

ются только продольные сжимающие температурные силы. Воздействие подвижного состава на путь, проявляющееся в динамической компоненте нагрузки и в изменении сопротивления гибкого стержня перемещениям, не учитывается, что приводит к получению заниженных значений критической температуры. Современные исследования устойчивости пути зарубежных авторов преимущественно представляют собой параметрический анализ конечно-элементных моделей рельсошпальной решетки разной степени детализации [5, с. 172; 6, с. 822] при помощи прикладных CAE-программ.

Материалы и методы исследования

В случае возникновения выброса пути наблюдается локальная потеря устойчивости рельсошпальной решетки, которая представляет собой раму на вязкоупругом основании. Сопротивление между элементами рамы обеспечивается силами трения, т. е. соединения проявляют существенную нелинейность. Все это приводит к значительным трудностям при точном моделировании и подавляющее большинство исследователей вместо рамы используют в качестве модели эквивалентный стержень с соответствующими геометрическими характеристиками поперечного сечения. Замена рамы эквивалентным стержнем исключает из модели взаимное перемещение рельсов и шпал и, соответственно, силы сопротивления в их соединениях. Такое упрощение не позволяет рассматривать локальные деформации в соединениях рельсошпальной решетки и предварительное напряжение вследствие угона пути, но дает возможность построить первое приближение расчетной модели потери устойчивости бесстыкового пути. В настоящей работе рассматривается только первая мода потери устойчивости гибкого эквивалентного стержня. При моделировании выброса используется стержень бесконечной длины, так как длина рельсовых плетей многократно превышает длину деформированной области. Деформированная область разбивается на три

участка: участок выпучивания длиной $2L$, на котором наблюдаются поперечные перемещения сечений стержня, и прилегающие участки длиной A , на которых происходит только сжатие (рис. 1). Длины участков заранее неизвестны и подлежат определению в ходе решения.

При потере устойчивости эквивалентного стержня происходит разрядка сжимающих сил: величина сжимающей силы на деформированном участке принимает значение, которое меньше обычной температурной сжимающей силы $N_t = EF\alpha T$. Здесь E – модуль упругости рельсовой стали; F – площадь поперечного сечения эквивалентного стержня; α – коэффициент линейного температурного расширения; T – температура нагрева свыше температуры закрепления рельсов. Величина наименьшей сжимающей силы $\bar{N}_t$ на участке выпучивания принимается в качестве параметра, перебором которого конструируется решение. Сопротивление перемещению рельсошпальной решетки зависит от множества факторов, к которым относится влияние окружающей среды и условий эксплуатации. Большое количество работ отечественных и зарубежных авторов [7, с. 2; 8, с. 5; 9, с. 2] посвящено плани-

рованию и проведению экспериментов по определению таких сопротивлений. В модели потери устойчивости гибкого стержня удобно использовать функции сопротивления, получаемые некоторой аппроксимацией экспериментальных точек. Для дальнейшей аппроксимации возьмем зависимости для продольного и поперечного сопротивлений, приведенные в работах [4; 9, с. 5]. Графики этих сопротивлений, построенные по усредненным экспериментальным данным, показаны на рис. 2.

Оба графика имеют асимптоты и не проходят через ноль, что не позволяет в общем случае аппроксимировать экспериментальные точки функциями, линейными относительно коэффициентов. Но если принять во внимание, что наибольшее продольное перемещение $u_{\max}$ в приближенном решении [4, с. 24] не превышает 6 мм, то можно построить аппроксимирующую функцию для продольного сопротивления без учета области за пределами графика, приведенного на рис. 2.

Аппроксимация обеих функций сопротивления проводится методом наименьших квадратов. В случае продольного сопротивления в качестве аппроксимирующей функции примем функцию, линейную относительно коэффициентов:

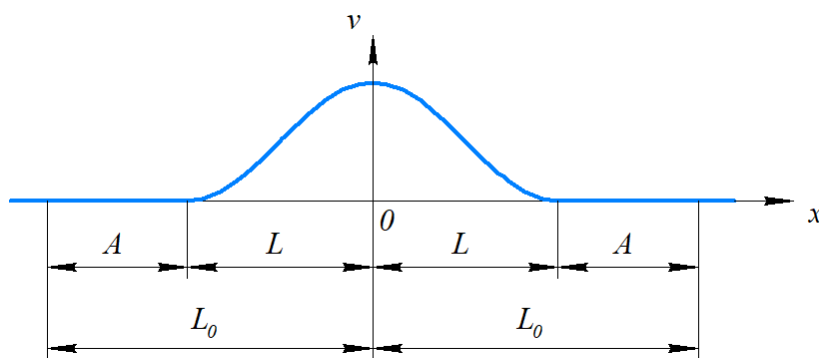


Рис. 1. Деформированная форма эквивалентного стержня

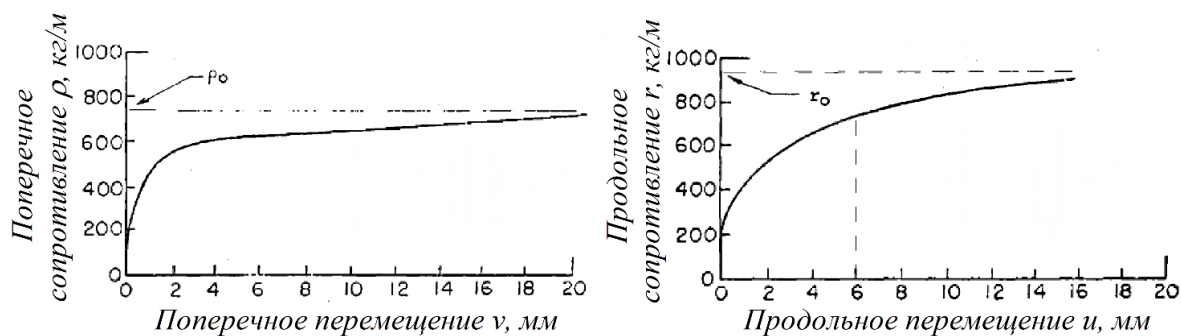


Рис. 2. Зависимость сопротивлений грунта от перемещений гибкого стержня

$$r(u, A, B) = Au^{1/p} + B, \quad (1)$$

где u – продольное перемещение стержня; A и B – коэффициенты; p – номер итерации численного решения.

В соответствии с методом наименьших квадратов нужно найти минимум функции ошибки. Условие минимума функции приводит к системе уравнений, линейных относительно коэффициентов функции r . Последовательное решение этой системы с различными значениями p приводит к следующей функции продольного сопротивления:

$$r(u) = 2,8767\sqrt[3]{u} + 1,7723. \quad (2)$$

Наибольшие поперечные перемещения принимают значения более 200 мм, и при аппроксимации экспериментальных точек некоторой функцией необходимо учитывать наличие асимптоты в зависимости сопротивления от перемещений. В работе [3, с. 146] предлагается использовать функцию арктангенса для аппроксимации функции поперечного сопротивления. Недостаток такого приближения заключается в том, что арктангенс проходит через точку (0; 0), в то время как начальное сопротивление поперечным перемещениям отличается от нуля. Примем следующий вид аппроксимирующей функции:

$$\rho(v, A, B, C) = Ae^{-\frac{B}{v+C}}, \quad (3)$$

где v – поперечное перемещение стержня; A , B и C – коэффициенты.

Условие минимума функции ошибки аппроксимации приводит к системе трех уравнений, нелинейных относительно коэффициентов A , B и C . Решение для этих коэффициентов будем искать при помощи итерационной процедуры, основанной на неявном демпфированном методе Ньютона – Рафсона. Примем начальное приближение ($A_0 = 7,1$; $B_0 = 0,023686$; $C_0 = 0,01$) и коэффициент демпфирования $\lambda = 0,5$. Получаем следующее решение для аппроксимирующей функции поперечного сопротивления:

$$\rho(v) = 6,8174e^{-\frac{0,5473}{v+0,2397}}. \quad (4)$$

В дальнейшем решении используются функции сопротивлений (2) и (4), но их вид на ход решения не влияет, и аппроксимация может быть проведена любым способом. Или может вообще не проводиться, и при решении используется табличная форма функций сопротивления.

Анализ работы внешних сил, затраченной на деформацию гибкого стержня, приводит к

системе дифференциальных уравнений, подробный вывод которых приведен в [10, с. 569]. Эта система, описывающая деформированную форму эквивалентного стержня на участке локальной потери устойчивости, с учетом приведенных выше рассуждений имеет вид

$$\begin{cases} (EJv_L'')'' - (EF(\varepsilon_L - \alpha T)v_L')' = -\rho(v_L); \\ (EF(\varepsilon_L - \alpha T))' = -r(u_L); \\ (EF(\varepsilon_A - \alpha T))' = -r(u_A), \end{cases} \quad (5)$$

где J – осевой момент инерции поперечного сечения эквивалентного стержня; v_n – поперечные перемещения на соответствующем участке ($v_A \equiv 0$); u_n – продольные перемещения на соответствующем участке; $\varepsilon_n = u_n' + \frac{1}{2}(v_n')^2$,

$n = \overline{A, L}$ – нелинейные деформации на соответствующем участке.

Деформация ε_L относится к участку выпучивания, деформация ε_A – к прилегающему участку без поперечных перемещений. Все операции дифференцирования производятся по переменной x . Первое уравнение системы (5) совпадает по форме с уравнением устойчивости бесстыкового пути в [3, с. 147], если учесть, что интеграл второго уравнения есть величина сжимающей силы, принимаемая автором постоянной.

Для дифференцирования произведения в первом уравнении запишем интеграл второго уравнения в виде

$$EF(\varepsilon_L - \alpha T) = -\bar{N}_t - \int_0^x r(u_L) dx, \quad (6)$$

где $\bar{N}_t$ – наименьшее значение сжимающей силы на участке выпучивания.

Раскроем скобки в системе (5), приведем уравнения к каноническому виду и перепишем относительно продольных и поперечных перемещений:

$$\begin{cases} \bar{N}_t + \int_0^x r(u_L) dx \\ v_L'''' + \frac{0}{EJ} v_L'' + r(u_L) v_L' = -\frac{\rho(v_L)}{EJ}; \\ u_L'' + v_L' v_L'' = -\frac{r(u_L)}{EF}; \\ u_A'' = -\frac{r(u_A)}{EF}. \end{cases} \quad (7)$$

Решать систему уравнений будем при помощи универсального численного метода реше-

ния подобных задач – метода конечных разностей. Наивысший порядок производной в первом уравнении – четвертый. Для аппроксимации этой производной центральной конечно-разностной формулой требуется пять точек, соответственно, выбираем для первого уравнения пятиточечный шаблон. Нанесем на участке L равномерную сетку с количеством узлов n . Заменяя в первом уравнении системы (7) производные на их разностные аналоги и группируя множители при узлах, получаем следующую конечно-разностную схему первого уравнения:

$$\begin{aligned} (v_L)_{j+2} + C_1(v_L)_{j+1} + C_2(v_L)_j + C_3(v_L)_{j-1} + \\ + (v_L)_{j-2} = -\frac{h^4 \rho_j(v_L)}{EJ}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\text{где } C_1 = \frac{h^2 \left(\bar{N}_t + \int_0^{x_j} r(u_L) dx \right)}{EJ} + \frac{h^3 r_j(u_L)}{2EJ} - 4,$$

$$C_2 = 6 - \frac{2h^2 \left(\bar{N}_t + \int_0^{x_j} r(u_L) dx \right)}{EJ},$$

$$C_3 = \frac{h^2 \left(\bar{N}_t + \int_0^{x_j} r(u_L) dx \right)}{EJ} - \frac{h^3 r_j(u_L)}{2EJ} - 4,$$

$h = L / (n - 1)$ – шаг сетки на участке выпучивания.

Интегралы в приведенных формулах берутся на соответствующих шагах итерационной процедуры численным методом по правилу трапеций. Записывая такие уравнения для всех узлов сетки, получаем систему из n уравнений с $n + 4$ неизвестными перемещениями в узлах. Граничные перемещения для функции поперечных перемещений на участке L , с учетом симметричности задачи и первой моды потери устойчивости, имеют вид:

$$\begin{aligned} v'_L(0) = 0; \quad v''_L(0) = 0; \quad v_L(L) = 0; \\ v'_L(L) = 0; \quad v''_L(L) = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Оставшиеся два уравнения системы (7), описывающие продольные перемещения сечений стержня на разных участках, включают производные не выше второго порядка. Для их аппроксимации центральными конечно-разностными формулами достаточно трехточечного шаблона. Рассмотрим указанные уравнения относительно только продольных перемещений u , заменим производные на их разностные аналоги и сгруппируем множители при узлах. Получаем следующую конечно-разностную схему:

$$\begin{cases} (u_L)_{j+1} - 2(u_L)_j + (u_L)_{j-1} = -(v'_L)_j (v''_L)_j h_1^2 - \frac{h_1^2 r_j(u_L)}{EF}; \\ (u_A)_{j+1} - 2(u_A)_j + (u_A)_{j-1} = -\frac{h_2^2 r_j(u_A)}{EF}, \end{cases} \quad (10)$$

где $h_1 = h$ – шаг сетки на участке выпучивания; $h_2 = A / (n - 1)$ – шаг сетки на прилегающем участке.

Граничные условия для функции продольных перемещений складываются из условий на концах стержня и условий сопряжения участков:

$$\begin{aligned} u_L(0) = 0; \quad u_A(L_0) = 0; \quad u_L(L) = u_A(L); \\ u'_L(L) = u'_A(L); \quad u'_A(L_0) = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Анализ матрицы коэффициентов общей системы уравнений показывает, что она имеет блочный вид и уравнения относительно поперечных и продольных перемещений могут быть решены независимо. Для поиска решений поперечных перемещений используются уравнения (8) совместно с граничными условиями (9). Продольные перемещения получаем решением уравнений (10) совместно с граничными условиями (11). Решение производится методом последовательных приближений, позволяющим определить достаточное количество узлов разностной сетки и подобрать с достаточной точностью значения переменных сопротивлений в узлах.

Результаты исследования

Расчет выполнен в системе компьютерной алгебры с использованием параметров эквивалентного стержня из работы [4, с. 26]. В таблице приведены результаты расчетов по следующим моделям: расчет 1 – решение без учета разрядки сжимающей силы на деформированном участке; расчет 2 – решение из [4, с. 21], не учитывающее продольных сопротивлений на участке выпучивания; расчет 3 – оригинальное решение с учетом переменных сопротивлений на всех участках.

Для расчетов 2 и 3 указано наименьшее значение температуры нагрева, при котором может возникать устойчивая деформированная форма эквивалентного стержня. В модели расчета 1 отсутствует экстремум функции температуры, поэтому в качестве расчетного значения принята критическая температура из расчета 3. На рис. 3 представлены графики зависимостей сжимающей силы на участке выпучивания $\bar{N}_t$ и температуры нагрева T от наибольших поперечных

перемещений $v_{\max}$. Графики продольных и поперечных перемещений сечений эквивалентного стержня представлены на рис. 4.

Сплошной синей линией показаны результаты расчета 1, пунктирной красной линией –

расчета 2 и штрихпунктирной черной линией – расчета 3. В модели без разрядки сжимающих сил длина A прилегающего участка оказывается бесконечно большой. А перемещения на этом участке постоянны и не равны нулю, что

Результаты расчета параметров деформированной формы

Номер расчета	Температура нагрева T , °C	Сжимающая сила $\bar{N}_t$, кН	Длина участка L , м	Длина участка A , м	Наибольшие поперечные перемещения v , мм	Наибольшие продольные перемещения u , мм
1	42,79	1342,1	5,28	∞	95,0	1,2
2	43,68	909,9	6,40	48,6	206,6	3,8
3	42,79	909,9	6,42	92,6	231,3	5,0

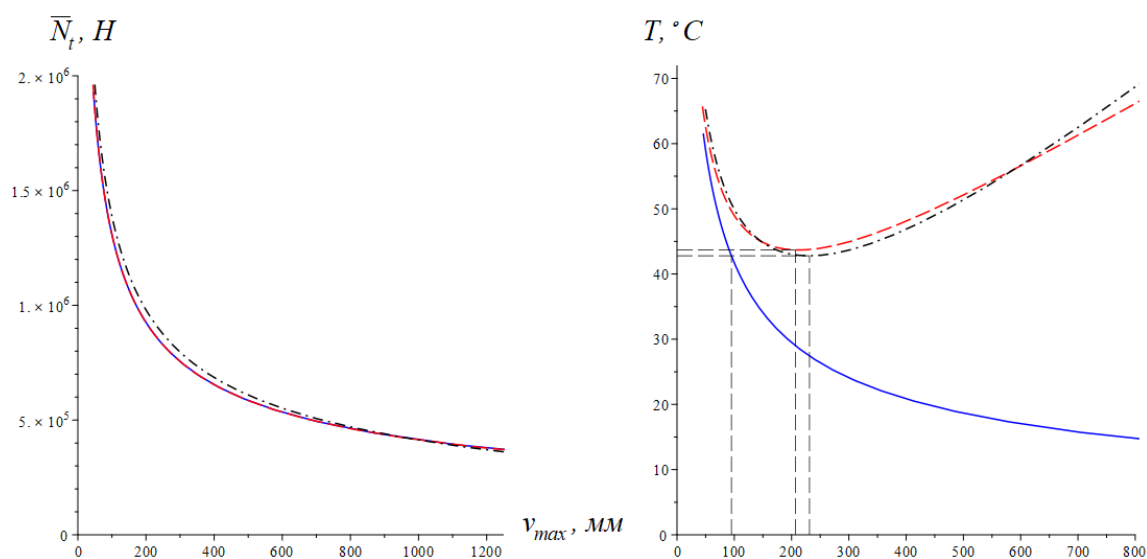


Рис. 3. Зависимость сжимающей силы $\bar{N}_t$ и температуры нагрева T от наибольших поперечных перемещений $v_{\max}$

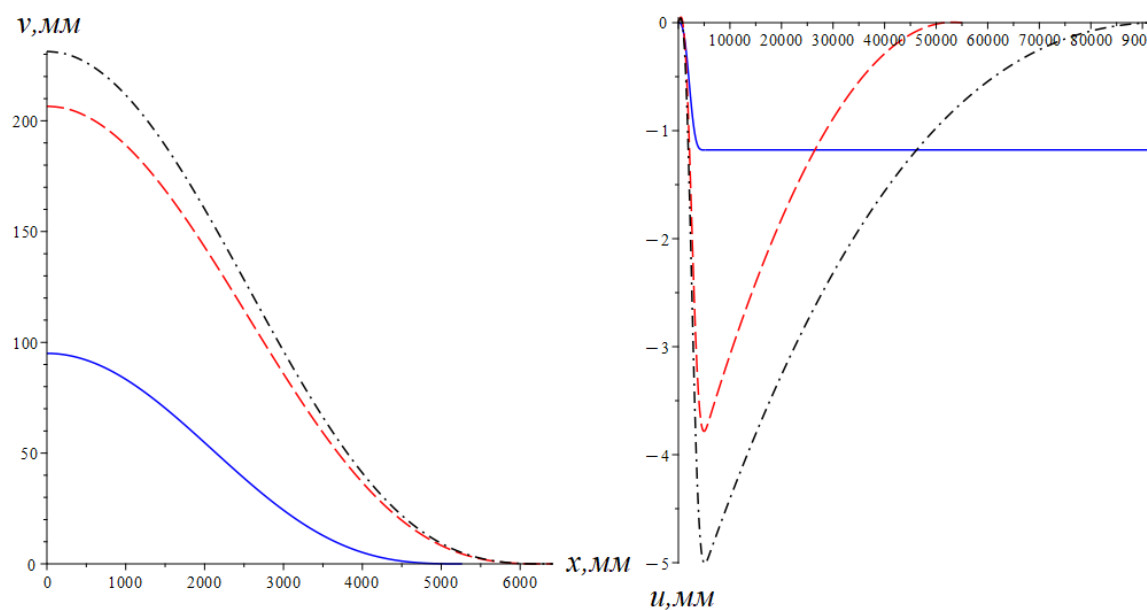


Рис. 4. Функции поперечных перемещений v и продольных перемещений u

противоречит условиям ограниченного температурного расширения и предполагает отсутствие сопротивления продольным перемещениям.

Значение поперечных перемещений в расчете 1 значительно меньше значений в остальных расчетах и совпадает с результатами расчета деформаций стержня в упругой среде классическим методом С. П. Тимошенко.

Выводы

В работе представлена альтернативная математическая модель для оценки устойчивости бесстыкового пути в случае моделирования рельсошпальной решетки эквивалентным стержнем. Учтена разрядка сжимающих сил после деформации, которая оказывает значительное влияние на параметры деформированной формы. Исходная математическая модель дополнена учетом нелинейной зависимости сопротивлений продольному и поперечному перемещениям рельсошпальной решетки от величины этих перемещений. Для определения итоговых значений компонент векторов перемещений используется метод последовательных приближений, критерий останова алгоритма основан на оценке близости двух соседних решений.

Анализируя результаты расчетов, можно сделать вывод, что математические модели без учета разрядки сжимающих сил плохо подходят для оценки параметров потери устойчивости эквивалентных стержней. В этом случае зависимость температуры и наибольших поперечных перемещений имеет монотонный характер, причем меньшим значениям температуры соответствуют большие перемещения. Функции продольных и поперечных перемещений, полученные в результате расчета по такой модели, значительно отличаются от результатов с учетом разрядки. Поперечные перемещения получаются существенно меньшими, продольные перемещения нигде не обращаются в ноль, кроме центра деформированной формы.

Учет нелинейного характера сопротивлений не оказывает значительного влияния на величину критической температуры, после которой возможно существование равновесной деформированной формы. Но влияет на величину перемещений при потере устойчивости, а также немного меняет форму зависимости температуры и перемещений. В целом учет нелинейностей различной природы при моделировании может быть использован для уточнения методик определения предкритических состояний бесстыкового пути.

Список источников

1. Расчет устойчивости бесстыкового пути в кривых энергетическим методом с учетом воздействия поездов / В. В. Карпачевский, В. В. Шубитидзе, Е. В. Корниенко [и др.] // Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения. 2022. № 2 (86). С. 75–80. DOI 10.46973/0201-727X_2022_2_75.
2. Ардышев И. К. Продольные деформации рельсовых плетей при рекуперативном торможении поездов в суровых климатических условиях // Вестник Сибирского государственного университета путей сообщения. 2024. № 2 (69). С. 41–48. DOI 10.52170/1815-9265_2024_69_41.
3. Коган А. Я. Динамика пути и его взаимодействие с подвижным составом. Москва : Транспорт, 1997. 326 с.
4. Kerr A. D. Analysis of thermal track buckling in the lateral plane // Acta Mechanica. 1978. Vol. 30. P. 17–50. <https://doi.org/10.1007/BF01177436>.
5. Parametric study on stability of continuous welded rail track. Ballast resistance and track irregularity / N.-H. Lim, S.-Y. Han, T.-H. Han, Y.-J. Kang // International Journal of Steel Structures. 2008. Vol. 8. P. 171–181.
6. Kalliainen A., Kolisoja P., Nurmikolu A. 3D finite element model as a tool for analyzing the structural behavior of a railway track // Procedia Engineering. 2016. Vol. 143. P. 820–827. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.06.1>.
7. Discrete element method analysis of lateral resistance of different sleepers under different support conditions / P. Mansouri, J.-A. Zakeri, M. Esmaeili, S. Ghahremani // Construction and Building Materials. 2022. Vol. 327. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2022.126915>.
8. Xu C., Hayano K., Nakamura T. Dynamic evaluation method for assessing lateral stability of ballasted railway tracks with defects // Construction and Building Materials. 2025. Vol. 484. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2025.141570>.
9. Investigating the effect of railway track ballast and bed conditions on lateral resistance of timber, concrete, steel and composite sleepers using a novel test methodology / J. W. Whittle, I. A. Slodczyk, S. Danks [et al.] // Engineering Structures. 2025. Vol. 340. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2025.120769>.

10. Kerr A. D., El-Aini Y. M. Determination of admissible temperature increase to prevent vertical track buckling // *Journal of Applied Mechanics*. 1978. Vol. 3 (45). P. 565–573. <https://doi.org/10.1115/1.3424362>.

References

1. Karpachevskiy V. V., Shubitidze V. V., Korniyenko E. V. [et al.]. Calculation of the stability of jointless track in curves by the energy method due to the impact of trains. *Vestnik Rostovskogo Gosudarstvennogo Universiteta Putey Soobshcheniya*. 2022;(86):75–80. (In Russ.). DOI 10.46973/0201-727X_2022_2_75.
2. Ardyshev I. K. Longitudinal deformations of continuously welded rail track under recuperative braking of trains in inclement climatic conditions. *The Siberian Transport University Bulletin*. 2024;(69):41–48. (In Russ.). DOI 10.52170/1815-9265_2024_69_41.
3. Kogan A. Ya. Track dynamics and its interaction with rolling stock. Moscow: Transport; 1997. 326 p. (In Russ.).
4. Kerr A. D. Analysis of thermal track buckling in the lateral plane. *Acta Mechanica*. 1978;30:17–50. <https://doi.org/10.1007/BF01177436>.
5. Lim N.-H., Han S.-Y., Han T.-H. [et al.]. Parametric study on stability of continuous welded rail track. Ballast resistance and track irregularity. *International Journal of Steel Structures*. 2008;8:171–181.
6. Kalliainen A., Kolisoja P., Nurmikolu A. 3D finite element model as a tool for analyzing the structural behavior of a railway track. *Procedia Engineering*. 2016;143:820–827. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.06.1>.
7. Mansouri P., Zakeri J.-A., Esmaili M. [et al.]. Discrete element method analysis of lateral resistance of different sleepers under different support conditions. *Construction and Building Materials*. 2022;327. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2022.126915>.
8. Xu C., Hayano K., Nakamura T. Dynamic evaluation method for assessing lateral stability of ballasted railway tracks with defects. *Construction and Building Materials*. 2025;484. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2025.141570>.
9. Whittle J. W., Slodczyk I. A., Danks S. [et al.]. Investigating the effect of railway track ballast and bed conditions on lateral resistance of timber, concrete, steel and composite sleepers using a novel test methodology. *Engineering Structures*. 2025;340. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2025.120769>.
10. Kerr A. D., El-Aini Y. M. Determination of admissible temperature increase to prevent vertical track buckling. *Journal of Applied Mechanics*. 1978;3(45):565–573. <https://doi.org/10.1115/1.3424362>.

Информация об авторе

П. Н. Смирнов – старший преподаватель кафедры «Техническая механика» Сибирского государственного университета науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева.

Information about the author

P. N. Smirnov – Senior Lecturer of the Technical Mechanics Department, Reshetnev Siberian State University of Science and Technology.

Статья поступила в редакцию 30.01.2026; одобрена после рецензирования 22.04.2026; принята к публикации 30.04.2026.

The article was submitted 30.01.2026; approved after reviewing 22.04.2026; accepted for publication 30.04.2026.