



Воробьев Валерий Степанович родился в 1949 г. В 1973 г. окончил Новосибирский электротехнический институт. Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Технология, организация и экономика строительства». Область научных интересов — системы управления транспортным строительством в районах нового освоения, математическое моделирование экономических и производственных процессов в строительстве, логистика транспортного строительства. Опубликовано более 130 научных работ, в том числе 25 авторских свидетельств.



Квинт Марина Юрьевна родилась в 1982 г. В 2005 г. окончила Инженерно-экономический факультет СГУПС. Работает заместителем заведующей докторантуры-аспирантуры.

УДК 69.003:658.012.22

В. С. ВОРОБЬЕВ, М. Ю. КВИНТ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ ЗАТРАТАМИ СТРОИТЕЛЬНОГО ПРОИЗВОДСТВА

Предложена модель оптимизации управления элементами затрат строительного производства на основе полного факторного эксперимента.

Значительный объем элементов затрат в строительном производстве затрудняет их количественный анализ, и особенно оценку управляемости, т. е. принятия решений по ним для получения экстремальной целевой функции. Кроме того, как показывает практика, отнесение параметров затрат к управляемым и их значимость носят достаточно случайный характер, зачастую зависящий от группы подобранных экспертов.

Тем не менее нами выполнен экспертный анализ элементов затрат по статьям расходов (табл. 1). Получены вероятности отнесения параметров к управляемым затратам. Это дает основание использовать их в качестве исходных данных при построении модели решения задач оптимизации и управления строительными процессами. Среди множества известных на сегодня моделей [1], на наш взгляд, целесообразно применять метод полного факторного эксперимента (ПФЭ).

Планирование эксперимента (ПЭ) позволяет по заранее сформулированным правилам — алгоритмам изменять одновременно несколько факторов (компонентов) и получать максимальную информацию о происходящем процессе при минимальном количестве опытов (объектов строительства).

Таблица 1

**Группировка затрат на производство строительных работ
по элементам и статьям расходов**

Затраты по статьям расходов	Элементы затрат	Вероятность отнесения параметра к управляемым затратам
Материальные затраты	Стоимость материалов, строительных конструкций и деталей	0,2
	Стоимость топлива, энергии, пара, воды, запасных частей для строительных машин и механизмов	0
	Износ временных сооружений, приспособлений и устройств	0,2
	Износ малоценных и быстроизнашивающихся предметов	0,7
	Затраты, связанные с использованием природных ресурсов	0,9
	Стоимость потерь от недостачи поступивших матер. ресурсов в пределах норм естественной убыли	0,5
Затраты на оплату труда	Затраты на оплату труда всего персонала	1
	Выплаты стимулирующего и компенсирующего характера	1
	Оплата ежегодных и дополнительных отпусков	1
	Единовременные вознаграждения за выслугу лет	0,8
	Выплаты, обусловленные районным регулированием оплаты труда	0,7
	Надбавки к заработной плате за непрерывный стаж работы в районах Крайнего севера	0,6
	Оплата отпуска перед началом работы выпускникам ПТУ и молодым специалистам	0,7
	Доплаты в случае временной утраты трудоспособности	0,9
	Оплата учебных отпусков	0,8
	Надбавки за подвижной и разъездной характер работы	0,8
	Оплата работникам за дни отгула, предоставляемые им в связи с работой сверх нормальной продолжительности рабочего времени	1
	Заработная плата по основному месту работы руководителям и специалистам во время их обучения и повышения квалификации	0,9
	Плата работникам-донорам	0,7
	Оплата труда студентов, проходящих производственную практику	0,9
	Оплата труда работников по заключенным договорам гражданско-правового характера	1
	Оплата простоев и работы, признанной браком не по вине работника	0,9
Отчисления на социальные нужды	Обязательные отчисления, установленные законодательством соцстрахования, пенсионного фонда, медицинского страхования	0
Амортизация основных средств	Амортизационные отчисления на восстановление ОС	0
Прочие затраты	Налоги, сборы, платежи (включая по обязательным видам страхования), отчисления в страховые фонды	0,1
	Платежи за выбросы загрязняющих веществ	0,2
	Вознаграждения за изобретения	
	Оплата процентов по кредитам	0,9
	Плата сторонним организациям за пожарную и сторожевую охрану	1
	Оплата за подготовку и переподготовку кадров	0,8
	Затраты на командировки, подъемные	0,8
	Оплата работ по сертификации продукции	0,6
	Оплата услуг связи, банков	1
	Амортизация по нематериальным активам	0,9
	Оплата аренды объектов ОПФ	0,9
	Лизинговые платежи	0,9
	Затраты на рекламу	1
	Страхование имущества организации, жизни и здоровья работников	1

Задача ПЭ в строительстве заключается в выборе необходимых объектов и методов математической обработки полученных результатов, а также в принятии решения. Такой подход в процессе исследования допускает отсеивание незначимых факторов, не оказывающих сильного влияния на эксперимент [2].

Общий случай сводится к следующему.

Имеется k переменных $b_0 + b_1 Z_1 + b_2 Z_2 + \dots + b_k Z_k$ (входные переменные или факторы).

Откликом параметров оптимизации является y — выходная переменная.

$$y = \varphi(Z_1, Z_2, \dots, Z_k) . \quad (1)$$

Такая функция называется функцией отклика.

Выбор модели сводится к выбору вида этой функции, записи ее уравнения. Далее планируется и проводится эксперимент для оценки численных значений коэффициентов этого уравнения.

Простейшей является линейная модель:

$$y = b_0 + b_1 Z_1 + b_2 Z_2 + \dots + b_k Z_k . \quad (2)$$

Для определения $b_0, b_1, b_2, \dots, b_k$ необходимо провести опыты (собрать статистику), в каждом из которых факторы $Z_1, Z_2, \dots, Z_k$ принимают определенные значения. Число объектов зависит от поставленной задачи. Для модели 2 достаточно двух значений для каждого фактора.

Уровни факторов представляют собой границы исследуемой области по данному параметру $Z_j^{\max}$ и $Z_j^{\min}$.

Далее определяют для любого фактора Z_j основные уровни Z_j^0 и интервалы варьирования ΔZ_j .

$$Z_j^0 = (Z_j^{\max} + Z_j^{\min}) / 2, \quad j = 1, 2, \dots, k. \quad (3)$$

Точки координат $(Z_1^0, Z_2^0, \dots, Z_k^0)$ называются центром плана.

$$\Delta Z_j = (Z_j^{\max} - Z_j^{\min}) / 2. \quad (4)$$

От переменных $Z_1, Z_2, \dots, Z_k$ переходят к факторам в безразмерном масштабе:

$$X_j = (Z_j - Z_j^0) / \Delta Z_j, \quad j = 1, 2, \dots, k. \quad (5)$$

Для переменных $X_1, X_2, \dots, X_k$ — верхний уровень равен +1, нижний уровень — -1, координаты центра плана равны нулям и совпадают с началом координат.

В новых обозначениях модель принимает вид:

$$y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_k X_k. \quad (6)$$

Так как каждый фактор независимо от других принимает два значения, то в случае k факторов число опытов (объектов) в эксперименте составляет $N = 2k$.

План проведения опытов и их результаты заносятся в таблицу, называемую матрицей планирования, где значения факторов приводят в кодированном виде, значения отклика — в реальном масштабе (табл. 2).

Дополнительно в матрицу плана вводят столбец фиктивной переменной $X_0 = +1$ для определения коэффициента b_0 .

Таблица 2

Матрица планирования $2k$

№ опыта	X_0	X_1	X_2	...	X_k	y
1	+	-	-	...	+	y_1
2	+	+	-	...	+	y_2
3	+	-	+	...	+	y_3
...	...	...	...	...	...	...
N	+	-	+	...	-	y_k

Матрица планирования независимо от числа факторов обладает следующими свойствами.

1. Алгебраическая сумма элементов вектор-столбца каждого фактора равна нулю:

$$\sum_{i=1}^k X_{ji} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, k. \quad (7)$$

2. Нормированность — сумма квадратов элементов каждого столбца равна числу опытов:

$$\sum_{i=1}^k X_{ji}^2 = N, \quad j = 1, 2, \dots, k. \quad (8)$$

3. Ортогональность — сумма почленных произведений любых двух вектор-столбцов матрицы равна нулю:

$$\sum_{i=1}^N X_{ui} X_{ji} = 0, \quad u \neq j; \quad j = 0, 1, 2, \dots, k. \quad (9)$$

Коэффициенты уравнения (2) определяют по методу наименьших квадратов:

$$B = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_j \\ b_k \end{pmatrix} = (X^T X)^{-1} X^T Y. \quad (10)$$

Матрица моментов $(X^T X)$, соответствующая табл. 2, имеет вид:

$$X^T X = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N X_{0i}^2 & \sum_{i=1}^N X_{0i} X_{1i} & \sum_{i=1}^N X_{0i} X_{2i} & \dots & \sum_{i=1}^N X_{0i} X_{ki} \\ \sum_{i=1}^N X_{1i} X_{0i} & \sum_{i=1}^N X_{1i}^2 & \sum_{i=1}^N X_{1i} X_{2i} & \dots & \sum_{i=1}^N X_{1i} X_{ki} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^N X_{ki} X_{0i} & \sum_{i=1}^N X_{ki} X_{1i} & \sum_{i=1}^N X_{ki} X_{2i} & \dots & \sum_{i=1}^N X_{ki}^2 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

В связи со свойством ортогональности матрицы планирования (9) матрица коэффициентов нормальных уравнений $X^T X$ становится диагональной и ее диагональные элементы равны числу опытов в матрице планирования N . Таким образом, получают

$$X^T X = \begin{pmatrix} N & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & N & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & N \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Матрица, обратная матрице моментов, $(X^T X)^{-1}$ получается равной

$$(X^T X)^{-1} = \begin{pmatrix} 1/N & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/N & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1/N \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Умножив матрицу X^T на вектор Y , получают

$$X^T Y = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^N X_{0i} Y_i \\ \sum_{i=1}^N X_{1i} Y_i \\ \dots \\ \sum_{i=1}^N X_{ki} Y_i \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Таким образом,

$$B = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/N & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/N & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1/N \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N X_{0i} Y_i \\ \sum_{i=1}^N X_{1i} Y_i \\ \dots \\ \sum_{i=1}^N X_{ki} Y_i \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Следовательно, любой коэффициент уравнения (15) определяется скалярным произведением столбца y на соответствующий столбец X_j , деленным на число опытов в матрице планирования N :

$$B_j = 1/N \sum_{i=1}^N X_{ji} Y_i. \quad (16)$$

В связи с тем, что ковариационная матрица $(X^T X)^{-1}$ для спланированного эксперимента — матрица диагональная (12), то коэффициенты уравнения некоррелированы между собой. Значимость коэффициентов уравнения можно проверить для каждого коэффициента в отдельности по критерию Стьюдента [3].

Исключение из уравнения незначимого коэффициента не скажется на остальных коэффициентах. При этом выборочные коэффициенты b_j оказываются так называемыми несмещенными оценками. Для соответствующих теоретических коэффициентов β_j $b_j \rightarrow \beta_j$, т. е. значения коэффициентов уравнения характеризуют вклад соответствующего фактора в величину. Кроме значимости коэффициентов b_j , y_i необходимо проверить адекватность полученного уравнения по критерию Фишера [4]. Если модель адекватна, можно приступить к интерпретации результатов.

Задача интерпретации решается в несколько этапов. На первом этапе устанавливается, в какой мере каждый из факторов влияет на параметр оптимизации.

Величина коэффициента регрессии — количественная мера этого влияния. Чем больше коэффициент, тем сильнее влияет фактор. О характере влияния говорят знаки коэффициентов. Знак «плюс» свидетельствует о том, что с увеличением значения фактора растет величина параметра оптимизации, а при знаке «минус» — убывает.

Интерпретация знаков при оптимизации зависит от критерия поиска: максимума или минимума функции отклика.

Если $y \rightarrow \max$, то увеличение значений всех факторов, коэффициенты которых имеют знак «плюс», благоприятно, а знак «минус» — неблагоприятно.

И наоборот при $y \rightarrow \min$.

В итоге анализа линейной модели принимаются соответствующие решения.

Литература

1. Воробьев В.С. Формирование логистических систем транспортного строительного комплекса в районах индустриального освоения. Новосибирск: Изд-во СГУПС, 2004. 324 с.
2. Гайдар С.М. Математическая модель для решения задач оптимизации и управления химико-технологическими процессами // Перспективные результаты фундаментальных исследований. Модели коммерциализации в государственно-частном партнерстве: Сб. науч. тр. и инженерных разработок. М., 2006. С. 92–98.
3. Годин А.М. Статистика: Учебник. М.: Дашков и К°, 2006. 492 с.
4. Мхитарян В. Статистика: Учебник. М.: Экономистъ, 2006. 671 с.