



Кутовой Виктор Петрович родился в 1947 г. В 1971 г. окончил Новосибирский государственный университет. Доктор физ.-мат. наук, завкафедрой «Строительная механика» СГУПСа. Член-корреспондент СО АН ВШ, член Международного общества по оптической технике (SPIE). Область научных интересов – расчетно-экспериментальные методы механики твердого тела, методы инверсии, теория информации. Автор более 70 научных работ.

УДК 539.319.001.2

В.П. КУТОВОЙ

К ИССЛЕДОВАНИЮ ЗОНЫ КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ МЕТОДАМИ ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ И КОНЕЧНОГО ЭЛЕМЕНТА ПРИ РЕШЕНИИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЗАДАЧ

Показана целесообразность совместного применения методов голографической интерферометрии и метода конечных элементов. Высокая чувствительность голографических методов к перемещениям, составляющая даже без применения методов компенсации $\sim \lambda/2$ (т.е. $\sim 0,3$ мк), позволяет при необходимости уточнить граничные условия, повышает точность и достоверность решения МКЭ, в том числе и в зонах концентрации напряжений.

Широкое и успешное применение конечноэлементных пакетов для решения задач механики деформируемого твердого тела ограничивается рядом недостатков. Так, идеализация граничных условий и действующих нагрузок, осреднение значений искомой функции на размере конечного элемента ведут к увеличению погрешности определения компонент тензора напряжений (деформаций) в зонах концентрации напряжений. Легче обеспечить соответствие граничных условий в экспериментальных методах. Однако при решении пространственных задач и применении моделирования в таких методах как интегральная фотоупругость или голографическая интерферометрия регистрируемый сигнал в каждой точке является интегральной суммой линейной комбинации компонент тензора напряжений вдоль направления просвечивания исследуемой модели [1, 2]. При этом возникает ряд трудностей, связанных с необходимостью выделения отдельных компонент тензора напряжений (деформаций), рефракцией света в неоднородно деформируемых зонах [3] и т. п. Реконструкция пространственного распределения основана на использовании преобразования Радона. Для обеспечения необходимой точности накладывается ряд ограничений на условия регистрации информации [4, 5].

В связи с вышесказанным представляется целесообразным комплексное использование расчетных и экспериментальных методов с целью нивелирования отдельных недостатков каждого из них. Оценивая возможности выбранного метода при реконструкции пространственного напряженно-деформированного состояния, стремятся ответить на ряд вопросов:

1. Какова наибольшая возможная ошибка?
2. Какие ошибки на самом деле имели место?
3. Какова погрешность в зонах экстремальных значений определяемой функции?

4. Насколько задача чувствительна к ошибкам в исходных данных?

Прямой анализ ошибок и их априорных границ сплошь и рядом дает весьма пессимистичный ответ на первый вопрос. Поскольку истинное распределение неизвестно, то и на второй вопрос, в лучшем случае, можно дать ответ только при решении тестовых задач. На третий вопрос ни один метод оценки погрешностей вообще не дает ответа. Дать универсальный ответ на четвертый вопрос, не определив заранее хотя бы класс исследуемых функций, тоже не представляется возможным: даваемые авторами публикаций на эту тему оценки [6–9], как правило, завышены. Кроме того, несмотря на то, что эти оценки отличаются в несколько раз, при тестировании, тем не менее, нередко дают практически одинаковые результаты [10]. Поэтому, как было отмечено еще Ч. Вестом [2], наиболее надежный способ при выборе метода, обеспечивающего достаточную точность и чувствительность при реконструкции распределения, — «проверить несколько методов, испытав их на известных функциях, подобных ожидаемой в эксперименте. Затем сравнить их с точки зрения точности и чувствительности к случайным ошибкам». Подобный подход предполагает наличие библиотеки тестовых распределений и возможность получения их точных радоновских образов.

С этой целью было создано специальное WINDOWS-приложение PHANTOM. Библиотека приложения включает в себя несколько скалярных распределений, а также тензорные распределения, удовлетворяющие общим уравнениям механики — условиям равновесия, совместности деформаций. Это задачи о различном силовом воздействии на границу полупространства: задача Буссинеска (сосредоточенная сила), задача Герца (параболический штамп) и задача Штейхера (плоский, круглый в плане штамп). Геометрия объекта, величина и зона приложения силового воздействия могут изменяться пользователем. Приложение допускает расширение библиотеки используемых распределений.

Для всех распределений приложение позволяет получать, хранить, предоставлять для анализа (в том числе и в графической форме) преобразование Радона функции, являющейся в каждой точке сечения объекта линейной комбинацией компонент тензора напряжений.

Таким образом, полностью моделируется информация, получаемая, как в методах голографической интерферометрии фазовых объектов, так и в интегральной фотоупругости. Полученные радоновские образы распределений хранятся в виде текстовых файлов, включающих информационную и содержательную части. Информационная часть содержит сведения о геометрии объекта, наложенных связях, нагрузке и параметрах схемы регистрации интерферограмм; содержательная часть — матрица размером $N_p \times K_\theta$ — представляет собой преобразование Радона заданной пользователем комбинации компонент тензора напряжений для выбранного сечения (N_p — количество отсчетов в проекции, K_θ — количество проекций). Реконструкция таких фантомных распределений показала приемлемую точность и в зоне концентрации.

Частью приложения PHANTOM является программа по реконструкции осесимметричных распределений и их графическому представлению ABEL.

Ранее было показано [11], что реконструкция пространственного напряженно-деформированного состояния может быть весьма успешной при ограниченном наборе проекций и не слишком больших размерах зоны концентрации напряжений.

В простейшем случае (осесимметричная задача) требуется всего одна проекция. В [11] рассмотрена также реконструкция равномерного распределения. Ниже приводится пример реконструкции в зоне концентрации.

Исследование зоны концентратора осесимметричного распределения

Моделируется работа графитового электрода мощной плавильной электропечи, представляющего собой цилиндр с конической выточкой на торце, при одноосном сжатии. Предварительно задача была решена численно методом конечных элементов (МКЭ) с использованием коммерческого пакета COSMOS/M Explorer (версия 1.75). Геометрия объекта и фрагмент конечноэлементной сетки в зоне концентратора представлены на рис. 1. Из-за осевой симметрии разбивка выполнялась для диаметрального сечения с адаптацией размеров элементов. Разбивка выполнена только для верхней части сечения размером 50 мм: количество элементов — 3500, узлов — 2200, поскольку вдали от концентратора распределение напряжений равномерно.

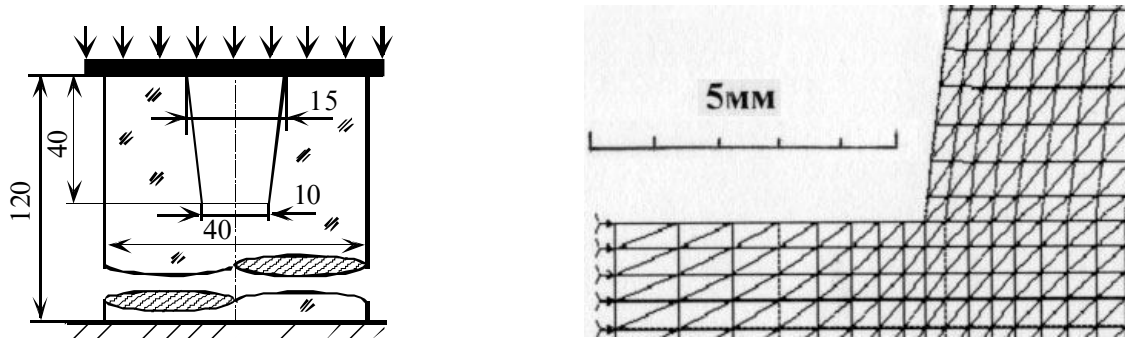


Рис. 1. Геометрия электрода и конечноэлементная сетка зоны концентратора

Одновременно методом голографической интерферометрии была получена классическая интерферограмма с наклонным опорным пучком — интерферограмма абсолютной разности хода для модели электрода из полиметилметакрилата ОНС. Она характеризует интегральные значения распределения первого инварианта тензора напряжений $I_1(r)$ по направлению просвечивания (рис. 2) и описывается интегральным преобразованием Абеля [2]

$$N(x)\lambda = 2C \int_y^{\infty} \frac{I_1(r) r dr}{(r^2 - x^2)^{1/2}}, \quad (1)$$

где N — порядок интерференционной полосы; λ — длина волны просвечивающего луча, распространяющегося параллельно оси y ; C — коэффициент Максвелла—Неймана ($C = C_1 \approx C_2$ — для полиметилметакрилата ОНС).

Распределение внутри объема получено инверсией интегрального преобразования Абеля. Для решения сечение разбито на эквидистантные кольцевые зоны размером Δr и использован метод ступенчатой аппроксимации Пирса [12]:

$$C \sum_{k=i}^{I-1} A_{ki} I_1(r) = \lambda N_i / 2\Delta r, \quad (2)$$

где N_i — порядок интерференционной полосы для луча, проходящего через i -ю зону; A_{ki} — коэффициенты матрицы при ступенчатой аппроксимации:

$$A_{ki} = \left\{ \left[(k+1)^2 - i^2 \right]^{1/2} - (k^2 - i^2)^{1/2} \right\}. \quad (3)$$

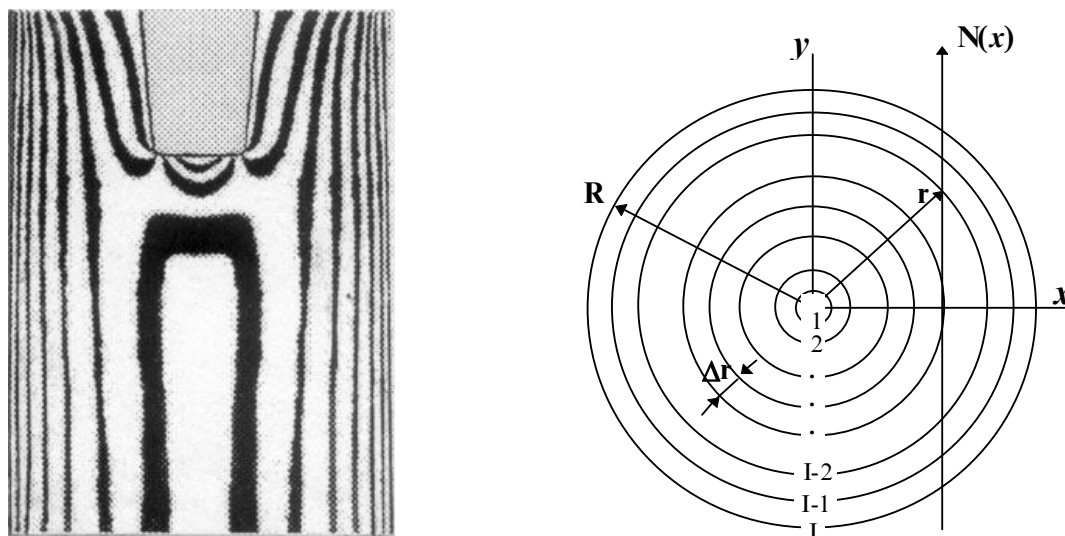


Рис. 2. Интерферограмма распределения $I_1(r)$ и схема ее расшифровки методом Пирса

Коэффициенты A_{ki} образуют треугольную матрицу. Сама матрица A плохо обусловлена, причем число ее обусловленности растет с увеличением числа кольцевых зон и соответственно числа измерений $N(x)$. Устойчивое решение системы линейных алгебраических уравнений (2) получают с использованием методов регуляризации [13].

Анализ результатов расчета МКЭ показал, что в некоторых характерных сечениях вблизи концентратора численное решение находится даже качественно в явном противоречии с экспериментальными результатами (рис. 3). То, что у концентратора напряжений МКЭ дал, по сравнению с экспериментом, заниженные примерно на 25 % значения еще можно, хотя бы отчасти, объяснить осреднением значений на размере элемента. Но и за пределами зоны концентрации различие решений было слишком явным.

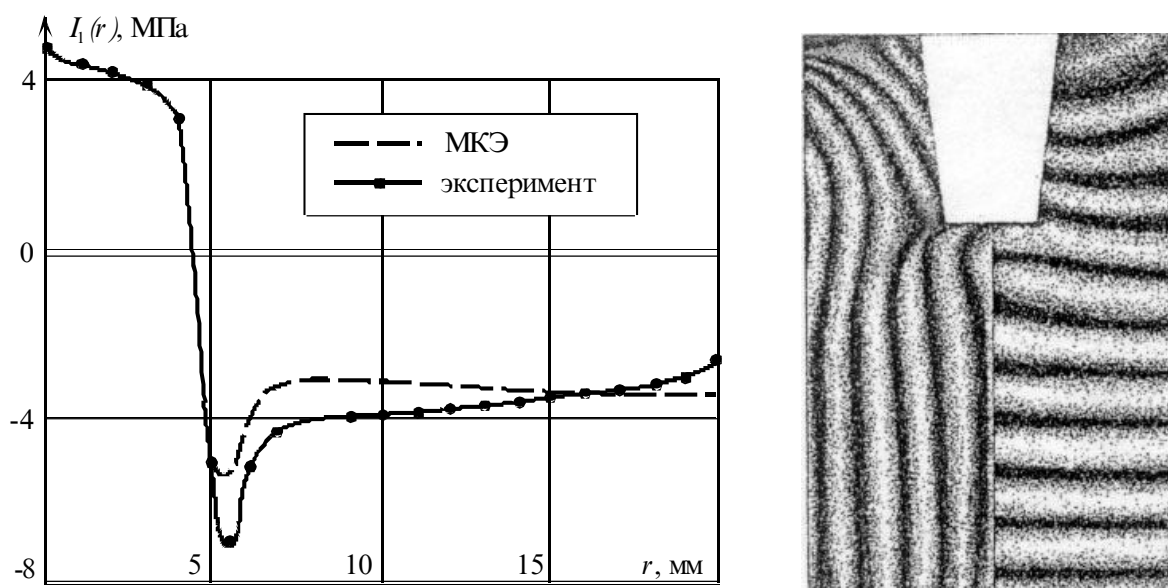


Рис. 3. Распределение $I_1(r)$ в сечении $z = 20$ мм и интерферограммы U и W в диаметральной сечении

Так, в сечениях $z \sim 20$ мм первый инвариант тензора напряжений $I_1(r)$ за пределами конической выточки ($r > 5$ мм) по данным эксперимента возрастал. Однако в этой зоне решение МКЭ давало хотя и слабое, но убывающее распределение. Анализ самой интерферограммы показывает, что градиент функции $I_1(r)$ в зоне действия нагрузки заметно больше, чем в удаленных сечениях. Поэтому для исследования этой зоны дополнительно были зарегистрированы еще две интерферограммы, характеризующие поля перемещений U и W . Для их записи использовались две пары волн, дифрагировавших в диаметральной сечении с пространственными частотами $\Psi_x = \pm 280 \text{ мм}^{-1}$, $\Psi_z = \pm 100 \text{ мм}^{-1}$ (на рис. 3 — справа).

Расшифровка полученных интерферограмм осуществлялась с учетом рефракции света в неоднородно деформируемом объеме [3, 10]. Цена полосы на интерферограммах: U — 1,8 мк, W — 5 мк.

Сравнение полей перемещений, полученных экспериментально, с аналогичными полями, полученными МКЭ, позволило сделать некоторые заключения о характере перемещений диаметрального сечения:

- поля перемещений W , полученные МКЭ и экспериментально, оказались практически идентичными; кроме того, перемещения верхнего торца, контролировавшиеся в эксперименте индикаторами часового типа и составившие 60 мк, в точности совпали со значением, полученным по интерферограмме;
- поля перемещений U также идентичны за исключением двух зон. Это зона, непосредственно примыкающая к нагружаемой поверхности, и угловая зона у конической выточки.

Изменение порядка интерференционных полос по верхней кромке объекта (сечение $z = 0$, см. рис. 3) указывает на наличие перемещений вдоль радиуса при нагружении, что не учитывалось в первоначальной расчетной схеме МКЭ. Но эти перемещения не являются и свободными из-за трения в контактной зоне — при свободном перемещении картина интерференционных полос была бы вертикальной (аналогичной картине полос в зоне, удаленной от концентратора и нагружаемой поверхности).

Отличие полей перемещений в угловой зоне у конической выточки может быть связано, как с неточно заданными граничными условиями в МКЭ, так и с некорректным учетом влияния рефракции в неоднородно деформируемом объеме.

Последующее решение МКЭ с коррекцией перемещений в зоне нагружения в соответствии с данными голографической интерферометрии существенно уменьшило расхождение с результатами эксперимента, как для первого инварианта $I_1(r)$, так и для всех компонент тензора напряжений. Распределение $I_1(r)$ практически совпало по всему сечению с экспериментально полученным и показанным на рис. 3. Исключением стало лишь экстремальное значение в зоне концентратора, оно оказалось ниже экспериментального на 5,3 %. Наибольшее расхождение отмечено для σ_z . На рис. 4 представлены для сравнения результаты расчетов МКЭ для σ_z и данные эксперимента. Максимальное расхождение — в зоне конической выточки (сечение $z = 20$ мм) составило ~7 %. В остальных сечениях разница меньше.

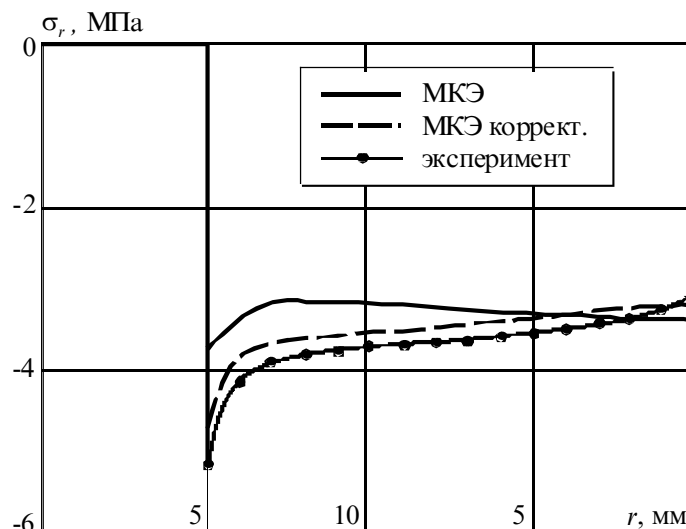


Рис. 4. Распределение $\sigma_z(r)$ в сечении $z = 20$ мм

Литература

1. Абен Х.К. Интегральная фотоупругость. Таллин: Валгус, 1975.
2. Вест Ч. Голографическая интерферометрия. М.: Мир, 1982. 504 с.
3. Kutovoy V.P. The Influence of Stress Gradient on a Stress-Strain Determination of Three-Dimensional Bodies by Holographic Interferometry // Proc. SPIE. Vol. 2342, «Intrferometry'94», Bellingham, 1994. P. 232–237.
4. Намтпер Ф. Математические аспекты компьютерной томографии. М.: Мир, 1990. 228 с.
5. Natterer F. Sampling and Resolution in CT // Proc. 6th Symp. on Comp. Tomography. Novosibirsk, 1993. Utrecht, VSP, 1995. P. 343–354.
6. Ерохин В.А., Шнейдеров В.С. Трехмерная реконструкция (машинная томография). Моделирование на ЭВМ. Л., 1991. 47 с. (Препринт ЛНИВЦ; № 23).
7. Shepp L.A., Logan B.F. The Fourier Reconstruction of a Head Section // IEEE Trans. Nucl. Sci., 1974. Vol. 21. № 3. P. 21–43.
8. Gershberg R.W. Super-Resolution Through Energy Reduction // Opt. Acta, Vol. 21. 1974. P. 709–720.
9. Papoulis A. A New Algorithm in Spectral Analysis and Band-Limited Signal Extrapolation // IEEE Trans. Circuits Syst. Vol. 22. 1975. P. 735–742.
10. Kutovoy V.P. Stress-strain investigations inside the three-dimensional transparent nonbirefringent objects using optical methods // «XVIII Symposium on Experimental Mechanics of Solids». Warsaw, 1998. P. 32–42.
11. Кутовой В.П. Исследование погрешностей определения первого инварианта тензора напряжений при исследовании пространственных задач методами голографической интерферометрии и инверсии // Вестн. СГУПС. Новосибирск, 2002. Вып. 4. С. 73–81.
12. Пурс У.Д. Получение и исследование высокотемпературной плазмы. М.: ИЛ, 1962. 221 с.
13. Dubovikova E.A., Dubovikov M.S. Regularization, experimental errors, and accuracy estimation in tomography and interferometry // JOSA. Vol. 4. № 11. November, 1987. P. 2033–2038.