



Говердовский Владимир Николаевич — доктор технических наук, профессор кафедры «Технология транспортного машиностроения и эксплуатация машин» Сибирского государственного университета путей сообщения. Родился в 1957 г. В 1979 г. окончил Новосибирский электротехнический институт. Более 25 лет им отдано организации и становлению отечественных и международных научно-исследовательских лабораторий по созданию технологий обеспечения вибрационной безопасности и функциональной надежности транспортных систем «человек–машина». Имеет 100 научных работ, опубликованных в России и за рубежом.

УДК 539.62:629.11.012.814

В.Н. ГОВЕРДОВСКИЙ

ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА СОЗДАНИЯ МАШИН С СИСТЕМАМИ ИНФРАЧАСТОТНОЙ ВИБРОЗАЩИТЫ: МЕТОД ОЦЕНКИ СТРУКТУРНОГО ТРЕНИЯ В УПРУГИХ СВЯЗЯХ С «ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ» ЖЕСТКОСТЬЮ

При создании машин с системами инфрачастотной виброзащиты, в которых используется свойство «отрицательной» жесткости, одной из ключевых является проблема минимизации структурного трения. Решение такой проблемы позволило бы повысить добротность систем в диапазоне частот, близких к нулю герц, и, соответственно, качество инфрачастотной виброзащиты, особенно при вибрационном воздействии с малыми амплитудами. В статье рассмотрены модели, на основе которых дана оценка влияния структурных изменений в упругих связях с «отрицательной» жесткостью на диссипативные свойства системы инфрачастотной виброзащиты.

Синтез систем, в которых используется свойство «отрицательной» жесткости, не имеет стройной концепции и методов ее реализации. В настоящее время разработаны методы структурного, геометрического и динамического синтеза, позволяющие сделать процесс проектирования машин с системами инфрачастотной виброзащиты рациональным, в большей степени теоретически обоснованным и в меньшей степени зависящим от эмпиризма. Вместе с тем остается еще ряд нерешенных проблем. Одной из таких, ключевых, на наш взгляд, является проблема минимизации структурного трения. Действительно, чтобы сместить спектр собственных частот системы виброзащиты как можно ближе к началу диапазона инфрачастот, $f \in [0,5; 5]$ Гц, добротность ее упругих связей должна быть достаточно высокой. Насколько малым, в свою очередь, должно быть трение в подвижных соединениях механизмов, формирующих структуру системы, чтобы обеспечить требуемый уровень добротности? В предлагаемой статье рассматриваются математические модели, которые позволяют оценить структурную составляющую трения, наиболее трудно поддающуюся исследованию и регулированию.

Разработка моделей контактного взаимодействия элементов упругих связей

Из результатов разработки метода геометрического синтеза систем, в которых используется свойство «отрицательной» жесткости, следует, что несвязанный пакет пластинок является одним из наиболее предпочтительных кандидатов на роль упругих связей. В частности, пакетирование пластинок дает дополнитель-

ные возможности для управления жесткостью упругих связей, минимизации размеров системы инфрачастотной виброзащиты, не говоря уже об универсальности такой компоновки для практического применения подобных систем в транспортных средствах [1].

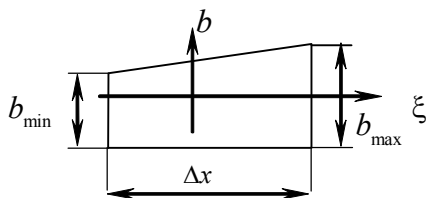


Рис. 1. Изменение ширины пластинки в пределах одного конечного элемента

Вместе с тем пакетирование увеличивает влияние геометрических нелинейностей на упругие свойства упругих связей. Действительно, неоднородность пакета вследствие «начальных» несовершенств пластинок [2] вызывает чередующиеся расслоение и появление контактных площадок между пластинками в процессе их упругого деформирования.

В целях оценки контактного взаимодействия пластинок основная конечноэлементная модель [1] дополнена новыми элементами. Для выбора функций формы предположим, что ширина b пластинки (рис. 1) изменяется в пределах одного конечного элемента (КЭ) по линейному закону вдоль оси ξ ($-1 \leq \xi \leq +1$):

$$b = b_{avg} (1 + \Delta\tilde{b}\xi), \quad (1)$$

здесь $b_{avg} = 0,5(b_{max} + b_{min})$, $\Delta\tilde{b} = (b_{max} - b_{min})/(b_{max} + b_{min})$.

Уравнения равновесия КЭ есть

$$\frac{d}{dx} (ES_{avg} (1 + \Delta\tilde{b}\xi)) \frac{du}{dx} = 0, \quad (2a)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} (EJ_{avg} (1 + \Delta\tilde{b}\xi)) \frac{d^2\varpi}{dx^2} = 0, \quad (26)$$

здесь S_{avg} и J_{avg} — средние значения параметров нормального сечения КЭ.

Интегрирование уравнений (2), в частности (2a), дает следующее выражение для определения функции формы:

$$u = C_1 \int_0^\xi \frac{d\xi}{1 + \Delta\tilde{b}\xi} + C_0 = C_1 I_0(\xi) + C_0. \quad (3)$$

В общем случае $I_n(\xi) = \int_0^\xi \frac{\xi^n d\xi}{1 + \Delta\tilde{b}\xi}$, C_n — постоянные интегрирования, которые могут быть выражены через узловые перемещения u_1, u_2 . Рассуждая аналогично, получают функции прогибов ϖ .

В результате деформированное состояние КЭ определяется шестью узловыми неизвестными: $u_1, \varpi_1, \theta_1, u_2, \varpi_2, \theta_2$. Достоинство модели согласно уравнениям (2) состоит в том, что заранее выполняются условия равновесия внутри КЭ. Тогда, согласно методу конечных элементов, необходимо выполнить условия равновесия лишь в узлах конечноэлементного аналога пластинки.

Однако расчеты, проведенные с использованием полученных функций формы, выявили недостаток принятой модели. Из уравнений (2) следует, что распределения продольных N и перерезывающих Q сил будут постоянными в пределах одного КЭ. Эти силовые факторы используются для расчета упругих характеристик: крутящего момента $T_2^{(a)}$, который необходимо приложить для

равновесия упругих связей с «отрицательной» жесткостью, и коэффициента k_2 жесткости упругих связей. Поэтому постоянство N и Q приводит к большой погрешности в определении упругих характеристик. Кроме того, такой подход чреват значительными временными затратами при решении задачи, поскольку для получения погрешности порядка $\sim 1\%$ в определении момента $T_2^{(a)}$ пластинку необходимо разбивать на $n = 80 \dots 100$ КЭ.

Анализ принятой численной модели показал, что причина постоянства силовых факторов заключается в том, что в методе решения нелинейных задач используются линейные соотношения. Действительно, линейные уравнения равновесия КЭ есть:

$$dN/dx = -q_\tau, \quad (4a)$$

$$dM_F/dx = Q, \quad (4б)$$

$$dQ/dx = q_n. \quad (4в)$$

Поэтому в отсутствие сил контактного взаимодействия, т. е. при $q_\tau = q_n = 0$ получается, что $N = \text{const}$ и $Q = \text{const}$.

В то же время нелинейные уравнения равновесия при условии, что $q_\tau = q_n = 0$, для стержня или пластинки при цилиндрическом изгибе имеют вид:

$$\frac{dN}{dx} - \frac{Q}{R} = 0, \quad (5a)$$

$$\frac{dM}{dx} = Q, \quad (5б)$$

$$\frac{dQ}{dx} + \frac{N}{R} = 0, \quad (5в)$$

$$\frac{1}{R} = -\frac{d^2\varpi}{dx^2}. \quad (5г)$$

Тогда с целью сохранения общей методики решения геометрически нелинейной задачи будем по-прежнему использовать линейные уравнения равновесия (4), но с фиктивными внешними нагрузками:

$$q_\tau^* = \frac{d^2\varpi^*}{dx^2} Q^*, \quad (6a)$$

$$q_n^* = \frac{d^2\varpi^*}{dx^2} N^*, \quad (6б)$$

где ϖ^* , Q^* , N^* есть решения задачи на предыдущем шаге итерации.

Тогда новые функции формы определяются из уравнений:

$$\frac{d}{dx} ES_{avg} (1 + \Delta\tilde{b}\xi) \frac{du}{dx} = b_{avg} (1 + \Delta\tilde{b}\xi) (\tau_0^* + \tau_1^*\xi + \dots), \quad (7a)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} EJ_{avg} (1 + \Delta\tilde{b}\xi) \frac{d^2\varpi}{dx^2} = b_{avg} (1 + \Delta\tilde{b}\xi) (\sigma_0^* + \sigma_1^*\xi + \dots), \quad (7б)$$

а произвольные постоянные интегрирования C_n и фиктивные напряжения τ_n^* , σ_n^* выражаются через узловые неизвестные u_1 , $u_{1\xi}$, $u_{1\xi\xi}$, ..., ϖ_1 , θ_1 , $\varpi_{1\xi\xi}$, Таким образом, построено «Эрмитово» семейство КЭ.

При решении задачи о построении матриц жесткости и векторов правых частей уравнений учитывалось, что u_1 , ϖ_1 , θ_1 , u_2 , ϖ_2 , θ_2 есть глобальные неизвестные для объединения КЭ в единую конструкцию, а неизвестные $u_{i\xi}$, $\varpi_{i\xi}$ и т.д. являются внутренними для каждого КЭ. Поэтому для решения использо-

вался метод подконструкций [3]. Это позволило при сохранении прежних размеров глобальной матрицы жесткости существенно повысить точность расчета. Так, расчеты с удержанием различных степеней в разложении правых частей уравнений (7) показали, что приемлемые по точности результаты получаются, если удерживать только линейные слагаемые. Учет высших степеней, увеличивая общее время расчета, не приводит к существенному повышению точности.

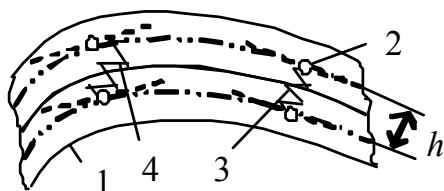


Рис. 2. Модель контактного взаимодействия пластинок в элементе упругих связей:
1 — фрагмент пластинки толщиной h ; 2 — узловая точка КЭ; 3 — модель gap-элемента «node-to-node»; 4 — модель gap-элемента «node-to-line»

Следуя методу подконструкций, для учета сил контактного взаимодействия пластинок в пакете в расчетную модель вводят gap-элементы типов «node-to-node» и «node-to-line». Упрощенно эти элементы можно представить в виде «пружин сжатия» между КЭ. Различие между двумя вышеуказанными типами gap-элементов состоит в следующем. Элементы «node-to-node» располагаются между двумя узлами расчетной схемы двух соседних КЭ и работают в зависимости от изменения расстояния между этими узлами. Элементы типа «node-to-line» крепятся только к одному узлу КЭ, а затем они сами находят точку контактной поверхности на соседнем КЭ (рис. 2).

Интенсивность контактного взаимодействия пластинок определяется величиной осевых сил в соответствующем gap-элементе:

$$N_{GAP} = \begin{cases} ES \frac{\Delta l_{GAP}}{l_{GAP}}, & \text{если } \Delta l_{GAP} < 0,5h, \\ 0, & \text{если } \Delta l_{GAP} \geq 0,5h, \end{cases} \quad (8)$$

здесь Δl_{GAP} и l_{GAP} — деформация и длина недеформированной «пружины сжатия», соответственно; h — толщина пластинки.

Результаты расчета и дискуссия

Рисунок 3 показывает распределения контактных напряжений σ_H на пластинках, смоделированные с помощью «node-to-node» и «node-to-line» gap-элементов, соответственно. Как видно из рисунка, в первом случае напряжения выше примерно на 20 %.

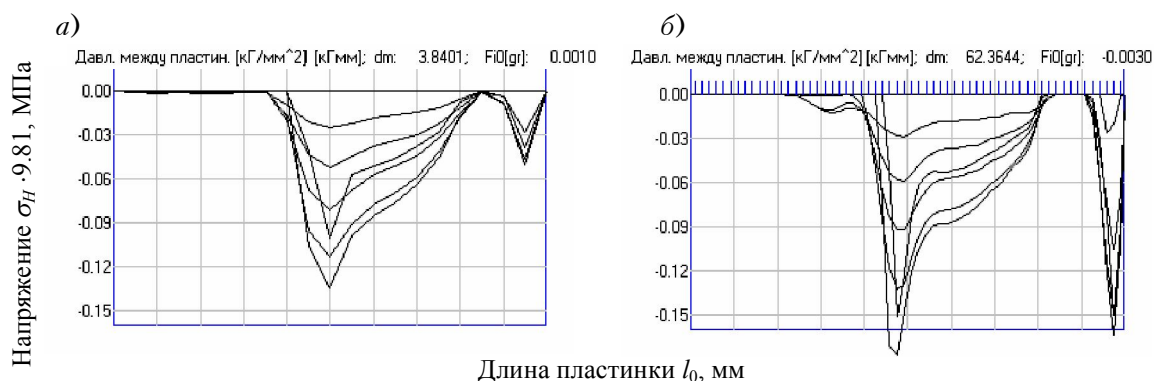


Рис. 3. Распределение контактных напряжений по длине конечноэлементного аналога упругих связей: а — модель с использованием gap-элементов типа «node-to-node»; б — модель с использованием gap-элементов типа «node-to-line»

В то же время значения крутящего момента $\tilde{T}_2^{(a)}$ практически не отличаются друг от друга (рис. 4). Очевидно, что гар-элементы, позволяя достаточно хорошо определять деформированное состояние, вносят существенные искажения в напряженное состояние элемента конструкции.

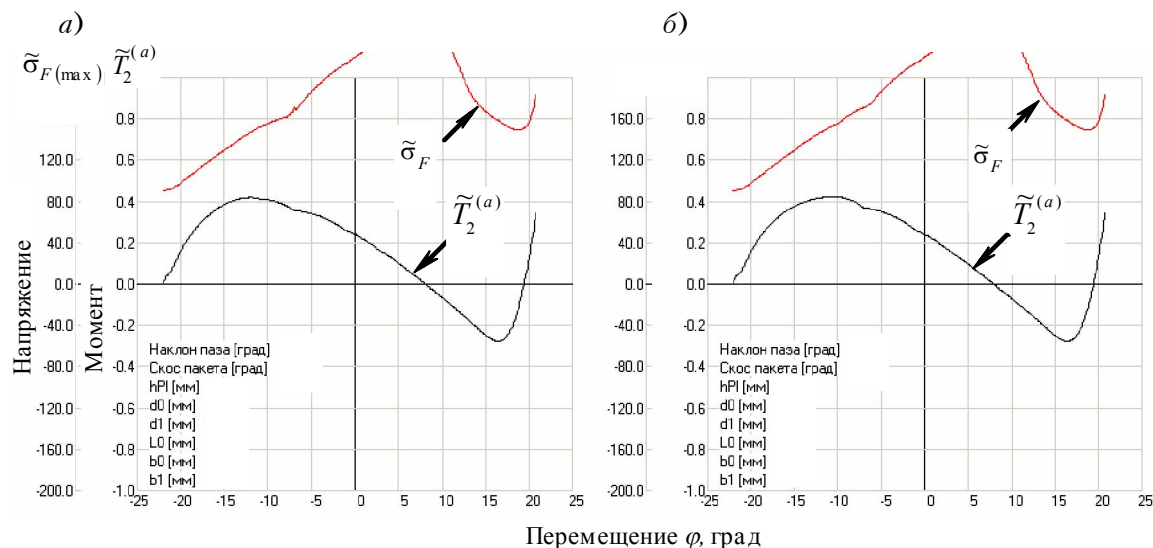
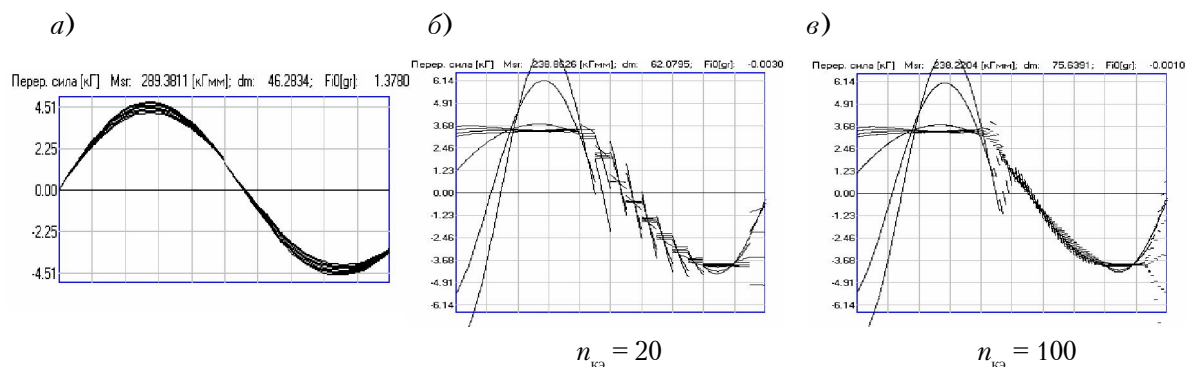


Рис. 4. Функциональная и прочностная характеристики конечноэлементного аналога упругих связей: *a* — модель с использованием гар-элементов типа «node-to-node»; *б* — модель с использованием гар-элементов типа «node-to-line»

Так, например, рис. 5, *a* показывает распределение перерезывающих сил Q в пластинках при использовании конечноэлементной модели, дополненной гар-элементами типа «node-to-line». Здесь $n_{\text{кэ}} = 20$. Разрывы на кривых (в отличие от моделей, где нет гар-элементов) объясняются появлением сосредоточенных внешних нагрузок в узлах размещения гар-элементов (рис. 5, *б*).

Так как реальное давление является распределенной нагрузкой, оно не должно вызывать подобные скачки. Подход на основе «смешанного» метода [3], в котором сами давления между пластинками выступают в роли неизвестных, позволяет решить указанную выше проблему, так как исключает наличие в конструкции сосредоточенных нагрузок. Кроме того, чтобы получить «гладкие» кривые, необходимо большее количество КЭ. Рис. 5, *в* показывает распределение Q , рассчитанное методом сечений для случая, когда пластинка разбивается на $n_{\text{кэ}} = 100$ КЭ.



О степени адекватности разработанных моделей можно судить, сравнив результаты расчетов и измерений (рис. 6).

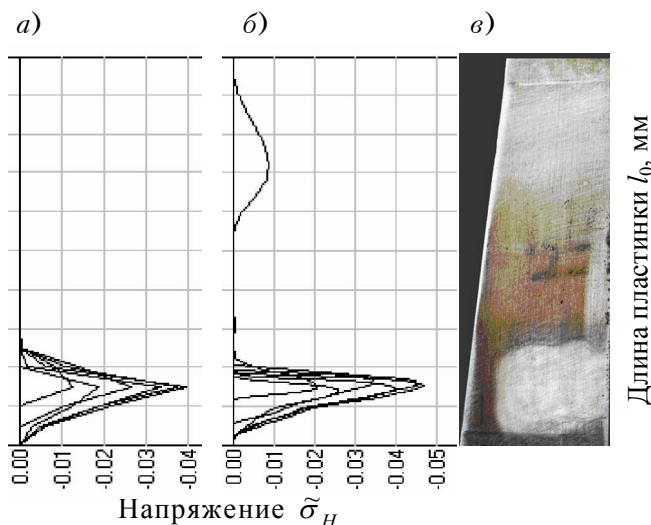


Рис. 6. Распределение контактных напряжений $\tilde{\sigma}_H$ по длине элемента ($n_{pl} = 7$) упругих связей: а и б — модели напряженного состояния конечно-элементного аналога пластинки, содержащие гар-элементы типа «node-to-node» и «node-to-line»; в — экспериментальная оценка интенсивности контакта пластинок с помощью многослойных жидких перфторированных пленок

Эксперименты с помощью натуральных образцов систем виброзащиты для операторов и оборудования транспортных средств и других машин показали, что модели дают достаточно точную качественную картину контактного взаимодействия пластинок. Для разделения пластинок применены жидкие перфторированные пленки [4]. Толщина слоя многослойной пленки составляет не более 1–2 мкм, в невозбужденном состоянии пленка практически несжимаема, при контакте пластинок она не разрывается, лишь выдавливаются ее «лишние» слои. Поэтому пленка практически не влияет на поперечный размер пакета. Светлые и темные пятна на образце (рис. 6, в) показывают чередование поверхностей с различным уровнем контактных напряжений:

чем светлее пятно, тем больше напряжение. Скорость нагружения образцов (угловая скорость вращения звена присоединения упругих связей с «отрицательной» жесткостью к системе виброзащиты) составляла $\omega = 0,005 \dots 0,04$ рад/с [1].

Автор искренне благодарит своего многолетнего научного партнера и соавтора доцента НГТУ, канд. техн. наук А.И. Темникова, а также аспиранта СГУПСА А.Н. Трофимова за помощь при подготовке материалов данной публикации.

Литература

1. Говердовский В.Н. Развитие теории и методов проектирования машин с системами инфрочастотной виброзащиты: Дис. ... д-ра техн. наук. М.: МАДИ, 2006. 333 с.
2. Пустовой Н.В., Матвеев К.А. Основы расчета на устойчивость деформируемых систем. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1997. 370 с.
3. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация / Пер. с англ.; Под ред. Н.С. Бахвалова. М.: Мир, 1986. 318 с.
4. Говердовский В.Н., Фурин Г.Г., Ли Ч.-М. Перфторированные пленкообразующие композиции в транспортных системах вибрационной изоляции // Тр. 1-й Всерос. конф. «Химия для автомобильного транспорта» / Ин-т катализа СО РАН. Новосибирск, 2004. С. 217–220.