

К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЕЧЕНИЙ

В статье приведен обзор способов определения геометрических характеристик поперечных сечений при решении различных инженерных задач. Рассмотрен универсальный алгоритм определения характеристик любых составных сечений.

При решении различных инженерных задач часто требуется вычислять геометрические характеристики поперечных сечений рассчитываемых деталей конструкций. В общем случае сечение может состоять из произвольных областей и составных профилей. Характерным примером является сечение сталежелезобетонного пролетного строения, состоящее из различного типа прокатных элементов в составе с армированной железобетонной плитой произвольного очертания (рис. 1).

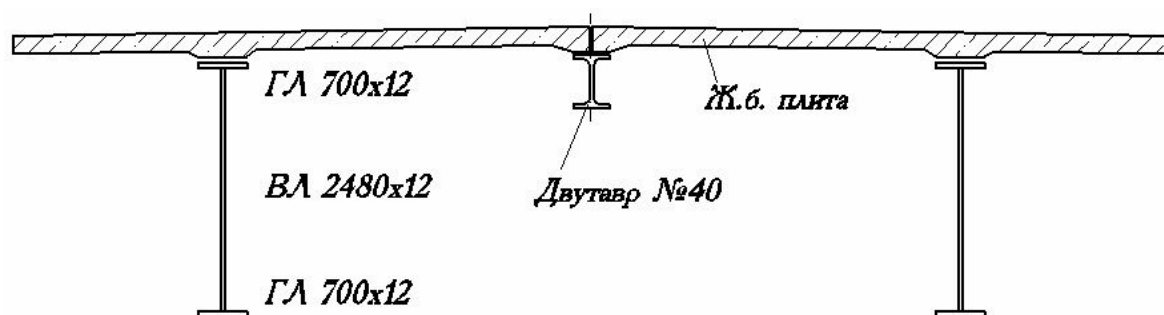


Рис. 1. Поперечное сечение сталежелезобетонного пролетного строения

Любой из способов определения геометрических характеристик основан на поэтапном определении параметров простейших фигур, составляющих сечение, отыскании его центра тяжести и последующем суммировании этих характеристик с учетом параллельных переносов и поворотов осей.

Для понимания последовательности вычислений, а также для оценки параметров сечения «в первом приближении», полезно владеть ручным способом расчета. Зная элементарные формулы для вычисления характеристик составных фигур и формулы приведения, имея под рукой сортамент прокатных изделий, при наличии времени и миллиметровой бумаги, легко подсчитать характеристики несложного составного сечения. Этот способ, конечно, трудоемок и не пригоден для расчета сложных сечений.

Трудоемкость работ традиционно снижают благодаря использованию ЭВМ. Широко известен алгоритм определения характеристик фигур произвольного очертания, изложенный, например, в книге Н.Н. Шапошникова [1] и основанный на использовании координат точек, соединяющих прямые линии контура, который образует сечение. Еще в 1980 г. А.А. Кирста была написана программа, реализующая этот алгоритм, и дополнена составными профилями [2]. В последующем автор дополнил ее библиотекой сортаментов [3]. Из-за вырождения старых операционных систем широкого распространения эта программа не получила.

В 1991 г. на базе НИИ мостов [4] была разработана программа «GENAR», снижающая трудоемкость ввода исходных данных для подсчета характеристик

наиболее распространенных сечений элементов металлических мостов. Эти сечения, как правило, состоят из прокатной листовой стали и сортаментных деталей, причем компоновки этих изделий в сечении в большинстве случаев стандартны и могут быть сведены к нескольким типам. Автор работы использует четыре таких типа, из которых можно сформировать достаточно большое число существующих сечений металлических мостов [4]. При этом пользователь программы вводит только номер сортамента и размеры листов, не задумывается их положении в составе сечения, так как программа автоматически производит связку деталей между собой. Очевидно, что при таком подходе не все сечения, встречающиеся в инженерной практике, могут быть описаны.

Оригинальное решение по подсчету геометрических характеристик произвольных сечений предложил С.Р. Владимирский. Его идея заключается в суммировании экранных пикселей, нарисованных на экране внутри замкнутого контура, образующего поперечное сечение [5]. Контур описывается набором точек, соединенных прямыми. Этот способ прост и нагляден, однако для расчета необходимо, чтобы сечение было отображено на мониторе ЭВМ. Это невыполнимо в том случае, когда результат вычислений является лишь частью более сложного расчета, который программа должна выполнять скрыто от пользователя. К тому же этот способ дает большую погрешность для сечений, состоящих из тонкостенных изделий.

В работе [6] для определения геометрических характеристик составных сечений из прокатных деталей и простейших фигур, предложено использовать графический интерфейс широко распространенной среды AutoCAD. Программа INER написана на языке программирования AutoLisp (диалоги реализованы на языке DCL — Dialog Control Language), который входит в состав AutoCAD. Списки характеристик составляющих сечение фигур формируются в памяти компьютера и обрабатываются известными формулами приведения. Преимущество данного подхода в том, что при использовании AutoLisp исходные тексты программы открыты, и пользователь может внести желаемые коррективы, например, для расширения типов сечений. Программа содержит базу данных прокатных профилей, которую пользователь может дополнять. К недостаткам данного подхода следует отнести его зависимость от графической среды AutoCAD.

Следует отметить, что программа AutoCAD содержит самостоятельные функции для определения геометрических характеристик замкнутых регионов. К сожалению, в руководстве программы не изложен алгоритм их вычисления. Вероятно, что каким-то образом используется внутренний массив точек и линий контура региона.

Использование объектно-ориентированного программирования позволило подойти к рассматриваемому вопросу по-новому. В работе [7] приведено описание объектной модели металлического пролетного строения, в состав которой входит *объектная модель* поперечного сечения элементов стальных конструкций мостов. Модель реализована на объектно-ориентированном языке Object Pascal, она содержит необходимые для расчета геометрических характеристик данные и описания соответствующих функций их обработки, т. е. функции расчета этих характеристик. Преимущество данного подхода в том, что типы описания сечений могут быть использованы сторонними разработчиками в своих программах, а также в том, что эти типы легко расширяются и

дополняются. Разработаны два интерфейса, реализующие ввод типовых (как в работе [4]) и нетиповых сечений (как в работах [3, 6]). Алгоритм автора входит в программу расчета грузоподъемности металлических пролетных строений, которая зарегистрирована в отраслевом фонде алгоритмов и программ [8] и широко используется на железных дорогах России.

Все вышеперечисленные способы имеют существенный недостаток. Они применимы либо для сечений, описанных произвольным контуром, либо для составных сечений из типовых прокатных сортаментных деталей. Первые, как правило, соответствуют массивным железобетонным элементам, вторые — тонкостенным металлическим. Как видно из рис. 1, на практике встречаются смешанные случаи сечений, в состав которых могут входить прокатные изделия, массив железобетона, арматура. Итак, выделим два различных алгоритма вычисления геометрических характеристик сечений:

- 1) суммирование известных характеристик простейших фигур;
- 2) численное интегрирование произвольного замкнутого контура, образующего сечение сложного очертания.

Характеристики простейших фигур могут быть вычислены на основе их геометрических размеров (прямоугольник, круг, треугольник), выбраны из сортамента (прокатные детали), а также заданы пользователем (абстрактное сечение, не имеющее четко определенных размеров, но имеющее числовые характеристики — площадь, моменты инерции, положение центра тяжести и т.д. Суммирование производится на основании формул параллельного переноса и поворота осей.

Представляет некоторый интерес внутренняя структура алгоритма численного интегрирования произвольного замкнутого контура, образующего сечение сложного очертания. Рассмотрим некий произвольный контур (рис. 2, а) и связанную с ним систему координат xOy . Разобьем область контура на прямые отрезки и возьмем две близлежащие точки $A(x_i, y_i)$ и $B(x_j, y_j)$. Определим в системе координат xOy геометрические характеристики области $ABCB$, которые легко определяются через характеристики областей $ABFE$ и $CDFE$.

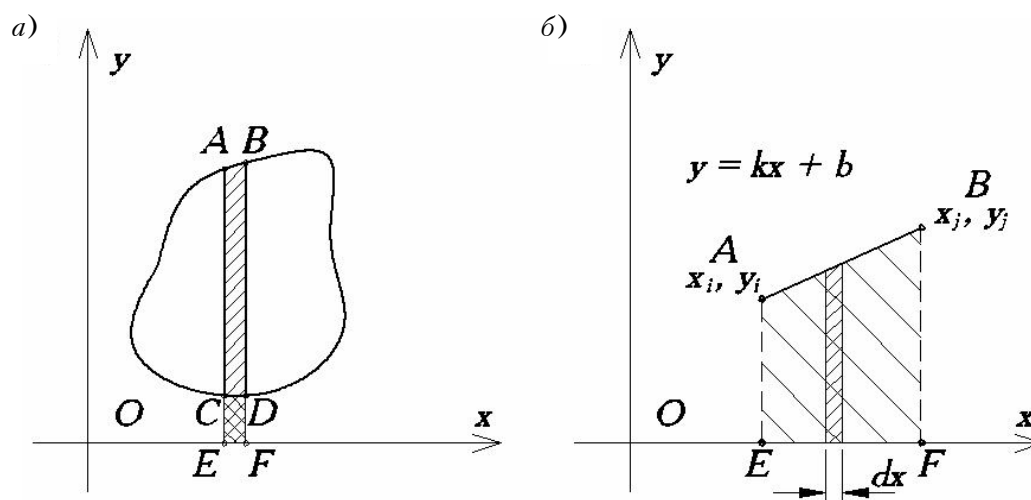


Рис. 2. Схема к построению алгоритма:
а — произвольная область; б — участок произвольной области

Для изображенной на рис. 2, б области $ABFE$ определим площадь F , статический момент S и момент инерции I относительно оси Ox :

$$F = \int_{x_i}^{x_j} y dx, \quad S = \frac{1}{2} \int_{x_i}^{x_j} y^2 dx, \quad I = \frac{1}{3} \int_{x_i}^{x_j} y^3 dx. \quad (1)$$

Проинтегрировав эти выражения, получим

$$F = \frac{1}{2}(x_j^2 - x_i^2)k + (x_j - x_i)b, \quad (2)$$

$$S = \frac{1}{6}(x_j^3 - x_i^3)k^2 + \frac{1}{2}(x_j^2 - x_i^2)bk + \frac{1}{2}(x_j - x_i)b^2, \quad (3)$$

$$I = \frac{1}{12}(x_j^4 - x_i^4)k^3 + \frac{1}{3}(x_j^3 - x_i^3)bk^2 + \frac{1}{2}(x_j^2 - x_i^2)b^2k + \frac{1}{3}(x_j - x_i)b^3. \quad (4)$$

Для прямой, проходящей через точки A и B , запишем каноническое уравнение

$$y = kx + b, \quad (5)$$

где коэффициенты k и b , выраженные через координаты точек A и B , равны:

$$k = \frac{(y_j - y_i)}{(x_j - x_i)}, \quad b = x_i \frac{(y_i - y_j)}{(x_j - x_i)} + y_i. \quad (6)$$

В частном случае при $x_i = x_j$, значения F , S и I равны нулю.

Суммировав значения F , S и I для всех отрезков контура, получим характеристики всей области. Положение центра тяжести области определяется:

$$y_c = S/F. \quad (7)$$

Приведенный алгоритм легко программируется. Для определения моментов относительно оси Oy необходимо либо записать аналогичные выражения для y , либо поменять местами координаты x и y у каждой точки контура и использовать эту же процедуру.

Реализовав алгоритм нахождения характеристик произвольного контура, осталось включить его в общий алгоритм нахождения характеристик сложного сечения (см. рис. 1). С технической точки зрения целесообразно использовать идею объектно-ориентированного подхода и продолжить развитие класса, реализованного в [6]. При этом учтем наличие абстрактных сечений (не имеющих четко известных размеров, но имеющих известные геометрические характеристики), сечений, составленных из прокатных деталей и простейших элементов (уголки, листы, арматура и т.д.), а также сечения, образованные сложным замкнутым контуром. Принципиальная схема описания соответствующих классов на языке Object Pascal будет выглядеть так:

```

type
  TPoint2D = record           // - координаты точки на плоскости
    x, y : Real;
  end;

  TContour = array of TPoint2D // - произвольный замкнутый контур

  TShape = class              // - любая деталь сечения
    // Абстрактные (нереализованные) функции:
    function F; abstract;

```

```
function S; abstract;
function I; abstract;
end;

TAbstractShape = class (TShape)    // - абстрактная деталь сечения:
private
    // Характеристики, заданные пользователем:
    fF, fS, fI : real;
public
    // Переопределенные функции чтения характеристик, заданных
пользователем:
    function F; override;
    function S; override;
    function I; override;
end;

TContourShape = class (TShape) // - деталь с произвольным контуром
private
    Contour : TContour;
public
    // Переопределенные функции, вычисляющие характеристики контура:
    function F; override;
    function S; override;
    function I; override;
end;

TRectangle = class (TShape)    // - деталь, имеющая размеры
private
    // Размеры детали, заданные пользователем:
    Height, Width : real;
public
    // Переопределенные функции, вычисляющие характеристики детали:
    function F; override;
    function S; override;
    function I; override;
end;

TCorner = class (TShape)    // - деталь из сортамента (уголок)
    // Номер детали в каталоге сортамента:
    Assortment : integer;
public
    // Переопределенные функции чтения характеристик детали из
сортамента:
    function F; override;
    function S; override;
    function I; override;
end;

TSection = class (TList)    // - сечение, состоящее из деталей
```

// Функции определения характеристик сечения на основе характеристик деталей

```
function F;
function S;
function I;
function yC;
```

```
end;
```

Реализация этих функций не сложна. Например, код нахождения площади сечения может быть следующим:

```
var i : integer;
begin
  for i := 0 to Items.Count - 1 do Result := Result +
TShape(Items[i]).F;
end;
```

Библиографический список

1. *Расчеты на прочность в машиностроении* / Н.Н. Шапошников, Н.Д. Тарабасов, В.Б. Петров, В.И. Мяченков. М., 1980. 363 с.
2. *Кирста А.А., Черняк Л.С., Шварцман Л.М.* Автоматизированная система подсчета геометрических характеристик поперечных сечений // Исследования и методы расчета современных мостовых конструкций. М., 1981. С. 56–63.
3. *Кирста А.А., Лобода В.М.* Автоматизированная подсистема определения геометрических характеристик составных сечений металлических мостов // Исследования искусственных сооружений на железнодорожном транспорте. М., 1990. С. 19–27.
4. *Цирулев В.А.* К автоматизации вычисления жесткостных характеристик элементов металлических мостов // Теория колебаний, динамика и статика мостов. Днепропетровск, 1991. С. 126–131.
5. *Владимирский С.Р.* Метод определения геометрических характеристик сечений мостовых конструкций // Повышение надежности железнодорожных и городских мостов. СПб., 1998. С. 96–100.
6. *Ращепкин А.А.* Геометрические характеристики сечений в среде AutoCAD // Современные проблемы технических наук. Новосибирск, 2001. С. 18–19.
7. *Ращепкин А.А.* Совершенствование оценки грузоподъемности металлических пролетных строений железнодорожных мотов на основе автоматизации расчетов: Дис. ... канд. техн. наук. Новосибирск, 2006. 124 с.
8. *Бокарев С.А., Мурованный Ю.Н., Ращепкин А.А., Рыбалов Ю.В., Никитин Д.А., Мартынов Д.Н.* Программное обеспечение определения условий пропуска нагрузки по грузоподъемности в составе: АРГО_М, АРГО_Н и АРГО_бп. Свидетельство № 166 в ОФАП ОАО «РЖД» от 31.05.2006.