

ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАСЧЕТА НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ОСНОВАНИЙ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ФУНДАМЕНТОВ

Теоретической основой расчетных методов оценки несущей способности оснований является теория предельного равновесия грунтов [1]. Практическая значимость решений теоретических задач предельного равновесия сохраняется и теперь, когда получили большое распространение численные методы анализа упруго-вязкопластического деформирования грунтов [2]. Статические решения задач теории предельного равновесия, многократно проверенные на практике, позволяют надежно устанавливать величину предельной нагрузки. Результаты этих решений включены в нормативные документы для выполнения расчетов оснований зданий и сооружений по первой группе предельных состояний [3].

В теории предельного равновесия рассматриваются две группы задач — для условий плоской деформации и для условий осевой симметрии [4]. Наибольшие успехи были достигнуты в области решения прикладных задач для условий плоской деформации. Здесь найдены основные решения задачи по вопросам вдавливания штампа в жесткопластическую среду, взаимовлияния близко расположенных фундаментов, устойчивости слабых оснований дорожных насыпей и ряду других. Большинство из названных решений успешно применяются в практических расчетах оснований инженерных сооружений.

Для условий осевой симметрии круг решенных задач значительно уже. Это объясняется тем, что задачи для условий осевой симметрии являются статически неопределимыми. Применение для раскрытия статической неопределимости условия полной пластичности грунтов существенно ограничивает как область определения предельной нагрузки, так и разнообразие расчетных схем [5].

В данной статье приводятся результаты решений осесимметричных задач, полученные на основе применения новых расчетных схем и условия неполной пластичности грунта [5].

Осесимметричное предельное напряженное состояние определяется в цилиндрической системе координат $Orz\theta$ (ось симметрии Oz вертикальна) с помощью канонической системы уравнений теории предельного равновесия:

$$dr = dz \operatorname{tg}(\alpha \pm \mu); \quad \mu = \pi/4 - \varphi/2,$$

$$d\sigma \pm 2\sigma \operatorname{tg} \varphi d\alpha = \frac{\sigma}{r} \operatorname{tg} \varphi [\mu_{\sigma} (dr \cos \varphi \pm dz \sin \varphi) \pm dz] + \gamma(dz \mp dr \operatorname{tg} \varphi), \quad (1)$$

где φ — угол внутреннего трения грунта; $\sigma = (\sigma_r + \sigma_z)/2 + c \operatorname{ctg} \varphi$ — среднее приведенное напряжение; c — удельное сцепление; α — угол между направлением σ_1 и осью Oz ; γ — удельный вес грунта; $\mu_{\sigma} = (2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3)$ — параметр Лоде.

Верхние знаки в уравнениях (1) относятся к линиям скольжения первого семейства, нижние — второго семейства. Система уравнений (1) будет статически определяемой, если конкретизировать значение параметра μ_{σ} .

Определение несущей способности оснований круглых фундаментов. При решении этой задачи возникла необходимость перехода к условию неполной пластичности. На рис. 1 показано радиальное сечение области предельного

равновесия в основании круглого штампа (q — вертикальная боковая пригрузка) и обозначены номера краевых задач статики сыпучей среды [1], определяющих решение. Было установлено, что статическое решение существует для целого диапазона значений параметра Лоде в зоне ABC : $\mu_{\sigma 0} < \mu_{\sigma} < 1$, причем с увеличением значения μ_{σ} предельная нагрузка уменьшалась. Изменение μ_{σ} было задано кусочно-линейной зависимостью от угла α :

$$\begin{aligned} \mu_{\sigma} &= \mu_{\sigma 0} \text{ при } \alpha > \frac{\pi}{2}; \\ \mu_{\sigma} &= (1 + \mu_{\sigma 0}) \frac{2\alpha}{\pi} - 1 \text{ при } 0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}; \\ \mu_{\sigma} &= -1 \text{ при } \alpha < 0. \end{aligned} \quad (2)$$

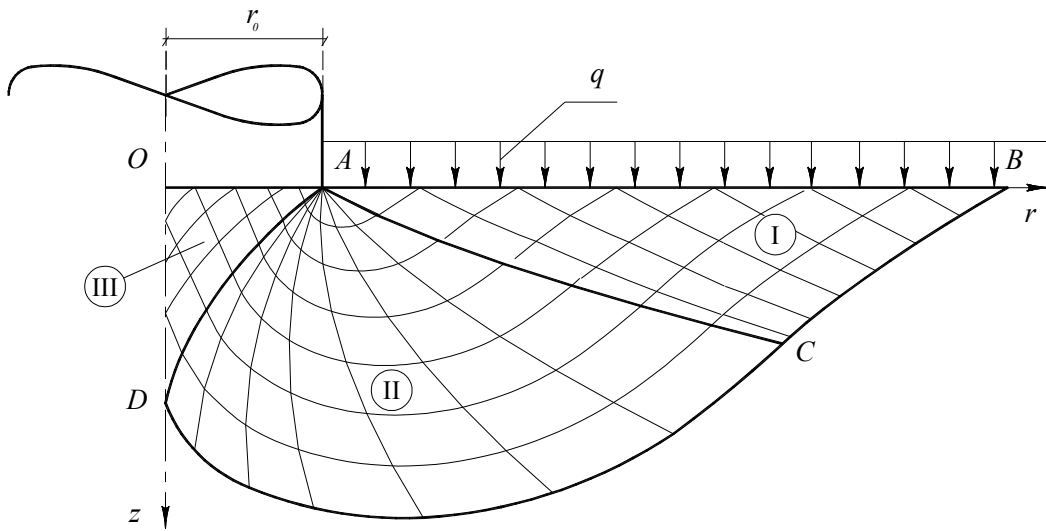


Рис. 1. Область предельного равновесия в основании круглого фундамента

При статическом решении на основании применения первой теоремы теории пластичности предлагается находить максимальную величину предельной нагрузки [6]. И этой величине будет соответствовать минимально возможное значение параметра $\mu_{\sigma 0}$, при котором статическое решение существует. Выражение для расчета средней величины предельной нагрузки $p_{\text{пр}}$ было приведено к стандартной форме:

$$\begin{aligned} p_{\text{пр}} &= \gamma d_0 N_{\gamma} + q N_q + c N_c. \\ N_{\gamma} &= 0,5 e^{10,81\varphi - 2,242}; \quad N_q = e^{6,444\varphi - 0,01874}; \\ N_c &= \text{ctg}\varphi (N_q - 1); \quad d_0 = 2r_0. \end{aligned} \quad (3)$$

Для вычисления параметров развития области предельного равновесия результаты численных решений были аппроксимированы зависимостями вида:

$$\begin{aligned} \bar{l}_{\text{пр}} &= l_1 + l_2 (1 - e^{-0,5q'}), \\ \bar{h}_{\text{пр}} &= h_1 + h_2 (1 - e^{-0,3q'}) \end{aligned} \quad (4)$$

где q' [из формулы (7)] — относительная приведенная пригрузка.

Значения коэффициентов l_1 , l_2 , h_1 , h_2 , найденные градиентным методом, приведены в табл. 1.

Таблица 1

Значения коэффициентов l_1, l_2, h_1, h_2

φ°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°
l_1	1,89	2,02	2,20	2,58	3,02	3,60	4,42	5,98
l_2	0,11	0,25	0,43	0,50	0,77	1,33	2,09	2,80
h_1	0,880	0,916	0,930	1,03	1,19	1,40	1,67	2,07
h_2	0,020	0,104	0,22	0,30	0,38	0,54	0,70	0,84

Определение несущей способности оснований кольцевых фундаментов. Обращаясь к схеме малозаглубленного кольцевого фундамента, можно сделать вывод, что получить однозначное решение по определению несущей способности оснований кольцевых фундаментов в рамках применения гипотезы полной пластичности невозможно, поскольку грунт будет перемещаться в направлении от оси с наружной стороны кольца и к оси внутри него. Поэтому данная задача также была решена вне концепции полной пластичности. На рис. 2 приведено радиальное сечение расчетной схемы области предельного равновесия в основании кольцевого фундамента и обозначены соответствующие решению номера краевых задач [1]. Параметр Луде μ_σ определялся кусочно-линейной функцией:

$$\begin{aligned} \mu_\sigma &= \mu_{\sigma 0} \text{ при } \alpha > \frac{\pi}{2}; \\ \mu_\sigma &= (1 + \mu_{\sigma 0}) \frac{2\alpha}{\pi} - 1 \text{ при } 0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}; \\ \mu_\sigma &= -\frac{4\alpha}{\pi} - 1 \text{ при } -\frac{\pi}{2} \leq \alpha < 0; \\ \mu_\sigma &= 1 \text{ при } \alpha < -\frac{\pi}{2}. \end{aligned} \quad (5)$$

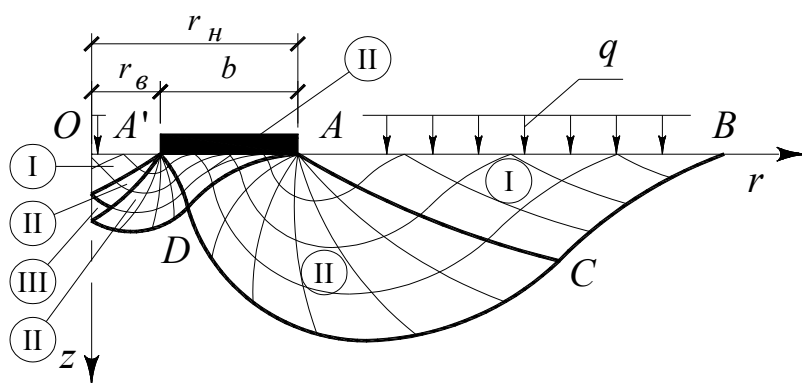


Рис. 2. Область предельного равновесия в основании кольцевого фундамента

При изменении внутреннего радиуса кольца $r_в$ от 0 до ∞ предельное давление меняется соответственно от предельного давления круглого фундамента до предельного давления ленточного фундамента на основание. Поэтому для расчета среднего значения нормальной составляющей предельного давления кольцевого фундамента на основание была использована зависимость

$$p_{\text{пр.к}} = p_{\text{пр.л}} + k(p_{\text{пр}} - p_{\text{пр.л}}), \quad (6)$$

где $p_{\text{пр.л}}$, $p_{\text{пр}}$ — средние значения нормальной компоненты предельного давления

на основание ленточного фундамента шириной b и круглого фундамента радиусом b .

Для расчета коэффициента перехода k была получена формула

$$k = (1 + A\eta) \cos^n \omega; \quad \omega = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\eta}{1 + \eta} \right)^m,$$

$$A = \frac{N'_\gamma}{N'_\gamma - N_{\gamma л} + q' (N_q - N_{q л})}, \quad N'_\gamma = 2N_\gamma,$$

$$q' = \frac{q + c \operatorname{ctg} \varphi}{\gamma r_0},$$
(7)

где $N_{\gamma л}$, $N_{q л}$ — коэффициенты несущей способности основания ленточного фундамента [3]; значения параметров m и n , полученные по результатам численных решений, приведены в табл. 2.

Таблица 2

Значения параметров m и n

Параметр	Угол внутреннего трения φ , град							
	5	10	15	20	25	30	35	40
m	0,261	0,364	0,445	0,561	0,692	0,916	1,209	1,607
n	1,337	1,550	1,706	1,914	2,182	2,571	3,064	3,670

Для расчета среднего предельного давления кольцевого фундамента на весомое идеальносвязное основание была выведена формула

$$p_{\text{пр.к}} = N_{c0} + q. \quad (8)$$

Значения коэффициента N_{c0} в зависимости от параметра $\eta = \frac{r_b}{b}$ приведены в табл. 3.

Таблица 3

Значения коэффициента несущей способности весомого идеальносвязного основания кольцевого фундамента N_{c0}

N_{c0}	6,025	5,820	5,540	5,372	5,336	5,319	5,269	5,242	5,212	5,140
η	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	2	3	5	∞

Значение $N_{c0} = 5,14$ отвечает решению Прандтля, значение $N_{c0} = 6,025$ — решению А.С. Строганова.

Определение несущей способности оснований кольцевых фундаментов при различной пригрузке с наружной и внутренней стороны кольца. Задача была решена для случая, когда с внешней стороны кольца действует вертикальная пригрузка q_n , а с внутренней — q_b , причем $q_b \leq q_n$.

Для практического применения результатов численных решений можно воспользоваться следующей зависимостью:

$$p_{\text{пр.к}} = (p_{\text{пр.к}}^b + c \operatorname{ctg} \varphi) \left(\frac{q'_n}{q'_b} \right)^\beta - c \operatorname{ctg} \varphi, \quad (9)$$

где $p_{\text{пр.к}}^b$ — предельное давление на кольцевой фундамент при одинаковой пригрузке с внешней и внутренней стороны кольца, равной q_b .

Значения параметра β , найденные методом наименьших квадратов по данным численных решений, приведены в табл. 4.

Таблица 4

Значения параметра β

η	Угол внутреннего трения φ , град							
	5	10	15	20	25	30	35	40
0,5	0,3	0,42	0,45	0,57	0,58	0,63	0,64	0,65
1	0,26	0,29	0,31	0,41	0,43	0,51	0,55	0,58
3	0,24	0,20	0,21	0,29	0,33	0,38	0,40	0,44

Далее изложенное решение было рассмотрено применительно к весоному идеальносвязному основанию. Решение выполнялось в тех же относительных переменных. Результат решения был приведен к следующему виду. Среднее значение нормальной предельной нагрузки кольцевого фундамента на идеально-связное основание может быть рассчитано по формуле

$$p_{\text{пр.к}} = cN_{c1} + q_v. \quad (10)$$

Коэффициент N_{c1} определяется в зависимости от отношения $\frac{q_n - q_v}{c}$ и η по табл. 5.

Таблица 5

Значения коэффициента N_{c1}

$\frac{q_n - q_v}{c}$	η					
	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	3,0
0	5,81	5,49	5,36	5,33	5,32	5,24
0,5	6,17	5,75	5,57	5,53	5,51	5,44
1,0	6,49	5,95	5,73	5,66	5,65	5,59
1,5	6,77	6,11	5,84	5,75	5,74	5,68
2,0	7,00	6,22	5,91	5,80	5,79	5,74
2,5	7,18	6,28	5,95	5,82	5,81	5,76
3,0	7,33	6,32	5,98			
3,5	7,43					
4,0	7,50					

Определение предельного давления кольцевого фундамента на основание с жестким подстилающим слоем. Статические решения задач теории предельного равновесия грунтов о разрушающей нагрузке той или иной формы, действующей на основание, традиционно выполняются применительно к двум расчетным схемам: однородного основания и основания с жестким подстилающим слоем. В последнем случае жесткий подстилающий слой ограничивает развитие области предельного равновесия в основании. Он рассматривается в качестве огибающей одного из семейств линий скольжения. Такие решения были получены для условий плоской деформации: ленточный фундамент и трапецидальная эпюра предельного давления. Для условий осевой симметрии задача по определению несущей способности основания с жестким подстилающим слоем решена А.С. Строгановым для круглого фундамента [7].

В данной работе приводится статическое решение новой задачи для условий осевой симметрии о предельном давлении кольцевого фундамента на основание с жестким подстилающим слоем.

На рис. 3 показана расчетная схема выполнения задачи. Данная задача решается в цилиндрической системе координат $Orz\theta$. Соответственно на рис. 3 представлено радиальное сечение расчетной схемы. Граничные условия задачи следующие:

$$\begin{aligned} \sigma_z &= q; \tau_{rz} = 0 & \text{при } z = 0; 0 \leq r < r_b; \\ \sigma_z &= q; \tau_{rz} = 0 & \text{при } z = 0; r > r_n; \\ \tau_{rz} &= 0 & \text{при } 0 \leq z \leq h; r = 0; \\ \tau_{rz} &= \sigma_z \operatorname{tg} \varphi + c & \text{при } z = h; r > 0, \end{aligned} \quad (11)$$

где r_b, r_n — внутренний и наружный радиусы кольца.

Цель решения заключалась в построении области предельного напряженного состояния в основании и определении предельного давления на участке $r_b \leq r \leq r_n, z = 0$.

На рис. 3 схематично показан наиболее полный набор краевых задач, который может иметь место в данной задаче.

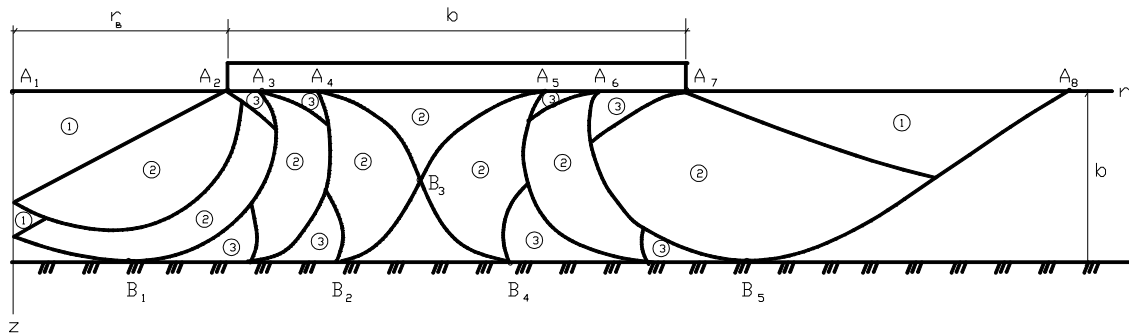


Рис. 3. Расчетная схема основания с жестким подстилающим слоем

На этой схеме в области предельного равновесия выделены зоны, ограниченные линиями скольжения первого и второго семейств, границами $z = 0$ и $z = l$ и осью симметрии $r = 0$. Каждой зоне отвечает одна из краевых задач статики сыпучей среды (первая, вторая или третья [1]), номера которых проставлены на рисунке. Граничные условия (11) для осуществления численного интегрирования системы (1) конкретизируются относительно неизвестных σ и α .

В решении используется кусочно-линейная зависимость параметра Лоде от угла:

$$\begin{aligned} \mu_\sigma &= \mu_{\sigma 0} & \text{при } \alpha > \frac{\pi}{2}; \\ \mu_\sigma &= (1 + \mu_{\sigma 0}) \frac{2\alpha}{\pi} - 1 & \text{при } 0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}; \\ \mu_\sigma &= -\frac{4\alpha}{\pi} - 1 & \text{при } -\frac{\pi}{2} \leq \alpha < 0; \\ \mu_\sigma &= 1 & \text{при } \alpha < -\frac{\pi}{2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Эта зависимость обеспечивает существование статического решения, а ее форма была принята из решения задачи по определению предельного давления

кольца на однородное основание [5]. Начальное значение параметра принимается в зависимости от угла внутреннего трения и величины боковой пригрузки.

Эта задача была решена для различных значений исходных параметров. Решения выполнялись в относительных переменных. В качестве единицы длины принималась ширина кольца $b = r_n - r_b$, в качестве единицы массовой силы — удельный вес грунта γ . Кроме того, решение осуществлялось для приведенных нормальных напряжений, представляющих собой сумму напряжения и величины $c \operatorname{tg} \varphi$. Таким образом, исходными данными для решения задачи являлись следующие величины: угол внутреннего трения, относительная приведенная

пригрузка $q' = \frac{q + c \operatorname{tg} \varphi}{\gamma b}$, относительное значение внутреннего радиуса $\eta = \frac{r_b}{b}$,

относительная глубина залегания жесткого подстилающего слоя $l' = \frac{l}{b}$. В

результате решения устанавливалась относительная средняя приведенная величина нормальной компоненты предельного давления p'_u , действующего по подошве кольца. В данной статье приводятся результаты расчета относительной предельной нагрузки для углов внутреннего трения $\varphi = 10^\circ, 20^\circ$ и 30° , относительной пригрузки $q' = 2 \dots 10$, относительного внутреннего радиуса $\eta = 0,5 \dots 2$ и относительной глубины $l' = 0,2 \dots 1,0$.

В табл. 6–8 приведены результаты расчета относительной величины предельной нагрузки p'_u .

Таблица 6

Значения относительной нагрузки p'_u для $\varphi = 10^\circ$

η	l'	q'				
		2	4	6	8	10
0,5	0,6	5,93	11,4	16,8	22,1	27,6
	0,4	6,22	12,0	17,8	23,7	29,5
	0,3	6,75	13,1	19,5	25,9	32,3
	0,2	8,20	16,0	23,9	31,8	39,7
1,0	0,6	5,81	11,1	16,4	21,7	27,0
	0,4	6,15	11,9	17,6	23,4	29,1
	0,3	6,69	13,0	19,4	25,7	32,1
	0,2	8,16	16,0	23,8	31,7	39,6
1,5	0,6	5,76	11,0	16,2	21,6	26,8
	0,4	6,11	11,8	17,6	23,3	28,9
	0,3	6,66	13,0	19,3	25,6	31,9
	0,2	8,13	15,9	23,8	31,6	39,4
2,0	0,6	5,73	10,9	16,2	21,4	26,6
	0,4	6,09	11,7	17,4	23,1	28,8
	0,3	6,64	12,9	19,2	25,5	31,8
	0,2	8,11	15,9	23,7	31,5	39,3

Таблица 7

Значения относительной нагрузки p'_u для $\varphi = 20^\circ$

η	l'	q'				
		2	4	6	8	10
0,5	1,0	19,8	37,0	54,0	71,1	88,2
	0,8	19,8	37,0	54,1	71,4	88,5
	0,6	20,3	38,4	56,4	74,3	92,3
	0,4	24,7	47,4	70,0	92,6	115
1,0	1,0	17,7	32,6	47,5	62,4	77,3
	0,8	17,7	32,9	48,0	63,1	78,2
	0,6	18,9	35,4	52,0	68,6	85,1
	0,4	24,0	45,9	67,8	89,7	111
1,5	1,0	17,1	31,4	45,7	60,0	74,3
	0,8	17,3	32,0	46,7	61,4	75,9
	0,6	18,4	34,7	51,0	67,3	83,6
	0,4	23,7	45,3	66,9	88,5	110
2,0	1,0	16,8	30,9	44,9	59,0	73,0
	0,8	17,0	31,5	45,9	60,4	74,8
	0,6	18,3	34,3	50,4	66,5	82,5
	0,4	23,5	44,9	66,3	87,8	109

Таблица 8

Значения относительной нагрузки p'_u для $\varphi = 30^\circ$

η	l'	q'				
		2	4	6	8	10
0,5	1,0	85,1	149	217	280	347
	0,8	92,1	165	241	313	389
	0,6	109	200	294	385	478
	0,4	188	354	523	687	855
1,0	1,0	67,2	119	172	224	277
	0,8	70,2	126	183	239	296
	0,6	89,3	164	240	315	390
	0,4	171	323	477	628	781
1,5	1,0	60,8	107	155	202	249
	0,8	66,6	120	174	227	282
	0,6	86,0	158	232	304	377
	0,4	167	316	467	615	766
2,0	1,0	58,7	104	150	195	241
	0,8	64,8	117	170	222	275
	0,6	84,5	155	228	298	370
	0,4	165	313	462	609	757

Пользуясь данными приведенных таблиц, можно рассчитать предельное давление кольцевого фундамента на основание с жестким подстилающим слоем. Абсолютная величина предельной нагрузки в единицах силы P_u будет равна:

$$P_u = \pi(r_n^2 - r_b^2)(\gamma b p'_u - c \operatorname{ctg} \varphi). \quad (13)$$

Данные приведенных таблиц наглядно показывают степень увеличения предельной нагрузки в зависимости от положения жесткого подстилающего слоя. Учет этого явления позволит более полно использовать резервы несущей

способности оснований. Для практического применения были составлены подробные таблицы значений p'_u .

Приведенные в данной статье результаты решений рекомендуются для практического использования при оценке несущей способности оснований осесимметричных фундаментов.

Библиографический список

1. Соколовский В.В. Статика сыпучей среды. М.: Физматгиз, 1960. 240 с.
2. Фадеев А.Б. Метод конечных элементов в геомеханике. М.: Недра, 1987. 221 с.
3. СНиП 2.02.01–83*. Основания зданий и сооружений. М., 2004.
4. Березанцев В.Г. Расчет прочности оснований сооружений. Л.; М.: Госстройиздат, 1960. 138 с.
5. Караулов А.М. Несущая способность оснований осесимметричных фундаментов. Новосибирск: Изд-во СГУПС, 2002. 104 с.
6. Соловьев Ю.И. Жестко- и упругопластический анализ устойчивости и напряженно-деформированного состояния грунтов: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. М., 1989. 42 с.
7. Строганов А.С. Несущая способность глинистого водонасыщенного основания в нестабилизированном состоянии под круглым фундаментом // Основания, фундаменты и механика грунтов. 1977. № 5. С. 40–41.