

ПРЕДЕЛЬНОЕ ДАВЛЕНИЕ НАСЫПИ НА СЛАБОЕ КОНСОЛИДИРУЮЩЕЕСЯ ОСНОВАНИЕ

Актуальность оценки устойчивости слабых оснований насыпей обусловлена практической необходимостью обеспечения надежности земляного полотна железных и автомобильных дорог при строительстве на слабых грунтах.

Одним из распространенных типов слабых оснований являются консолидирующиеся основания. Эти основания, сложенные полностью водонасыщенными глинистыми грунтами, медленно уплотняются под действием постоянной нагрузки. По мере уплотнения таких оснований постепенно повышается их несущая способность. Расчет устойчивости оснований в нестабилизированном состоянии необходим для планирования сроков возведения насыпи, а также для определения нагрузки, прикладываемой к насыпи кратковременно.

В настоящее время расчет устойчивости основания и насыпи осуществляется, как правило, приближенными методами определения предельного равновесия, преимущественно методом круглоцилиндрических поверхностей скольжения. Учет нестабилизированного состояния при этом выражается в использовании параметров прочности грунта, определяемых по схеме быстрого сдвига.

Наиболее обоснованная оценка несущей способности грунтовых оснований может быть получена статическим методом теории предельного равновесия грунта. На основе этой теории, применительно к консолидирующимся грунтам, было предложено приближенное решение, основанное на осреднении параметров прочности консолидирующегося грунта в области предельного равновесия в основании насыпи, т.е. в области предполагаемого бокового выпора грунта [1].

В данной статье приводится решение задачи по установлению предельного давления насыпи на консолидирующееся основание, полученное статическим методом специальной теории предельного равновесия консолидирующихся грунтов, разработанной Ю.И. Соловьевым [2]. Это решение подходит для определения давления на консолидирующееся основание, в котором предполагается: во-первых, произвольное значение коэффициента порового давления $0 \leq \beta < 1$, во-вторых, наличие начального эффективного напряженного состояния грунта, вызванного некоторой уплотняющей нагрузкой.

На рис. 1 показана правая половина симметричной расчетной схемы насыпи на слабом консолидирующемся основании. Насыпь характеризуется следующими геометрическими параметрами: высота насыпи h , ширина основной площадки $2b$, заложение откоса a . Удельный вес грунта насыпи — γ_n .

Цель решения заключается в определении предельного давления σ_z ($z = 0$) с трапецидальной эпюрой нормальной компоненты, вызывающего в консолидирующемся основании состояние предельного равновесия в некоторой области $ABDO$. При этом для получения решения, которое бы широко применялось на практике, предполагается, что на основание предварительно действовало уплотняющее нормальное давление, подобное предельной нагрузке, с максимальной ординатой p^* (см. рис. 1).

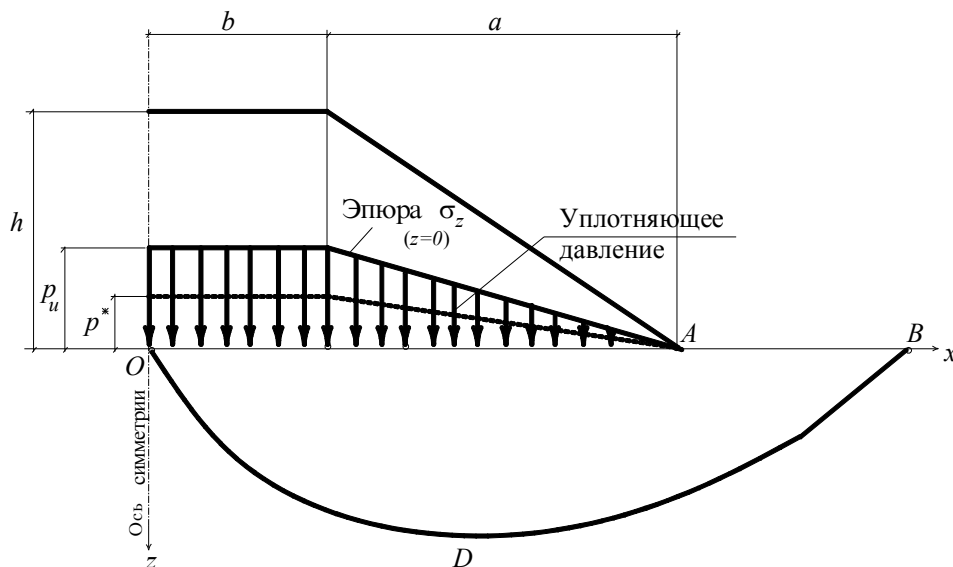


Рис. 1. Расчетная схема насыпи на консолидирующемся основании

Граничные условия задачи имеют вид:

$$\begin{aligned}\sigma_z &= p_u \text{ при } z = 0, b \leq x \leq b, \\ \sigma_z &= p_u \left(1 - \frac{x - b}{a}\right) \text{ при } z = 0, b < x \leq a + b, \\ \sigma_z &= 0 \text{ при } z = 0, x > a + b, \\ \tau_{zx} &= 0 \text{ при } x = 0.\end{aligned}\quad (1)$$

Предельное напряженное состояние в консолидирующемся основании определяется системой уравнений статического метода теории предельного равновесия консолидирующегося грунта для условий плоской деформации:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} &= Z, \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} &= X, \\ \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{zx}^2} &= \left(\frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} + k \operatorname{ctg} \rho\right) \sin \rho,\end{aligned}\quad (2)$$

где Z и X — массовые силы; k и ρ — параметры мгновенной прочности консолидирующегося грунта (удельное сцепление и угол внутреннего трения).

Параметры мгновенной прочности консолидирующегося грунта определяются по теории мгновенной прочности Ю.И. Соловьева [3] следующими зависимостями:

$$\sin \rho = (1 - \beta) \sin \varphi; \quad k = \frac{\sin \varphi}{\cos \rho} (\beta \sigma_s^* + c \operatorname{ctg} \varphi), \quad (3)$$

где σ_s^* — среднее эффективное напряжение, действующее в рассматриваемый момент времени; β — коэффициент порового давления; c и φ — параметры прочности грунта (удельное сцепление и угол внутреннего трения), определенные в консолидированно-дренированных испытаниях, т.е. отнесенные к скелету грунта.

Коэффициент порового давления определяется отношением

$$\beta = \frac{\Delta u}{\Delta \sigma}, \quad (4)$$

где Δu — мгновенное приращение порового давления при мгновенном приложении приращения среднего полного напряжения $\Delta \sigma$.

Коэффициент порового давления определяется также опытным путем в стабиллометрических испытаниях при мгновенном обжатии полностью водонасыщенного образца грунта гидростатическим давлением с одновременной фиксацией величины порового давления.

Следует заметить, что угол внутреннего трения, образующийся при данном мгновенном сжатии, $\rho = \text{const}$, а удельное сцепление k , в общем случае, изменяется по координатам z и x .

Основная система уравнений (2) приводится к канонической системе дифференциальных уравнений, отнесенных к линиям скольжения:

$$\begin{aligned} dx &= dz \operatorname{tg}(\alpha \pm \mu), \quad \mu = \frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2}, \\ d\sigma \pm 2\sigma \operatorname{tg} \rho d\alpha &= \left(Z + \frac{\partial k}{\partial z} \operatorname{ctg} \rho \right) (dz \mp dx \operatorname{tg} \rho) + \left(X + \frac{\partial k}{\partial x} \operatorname{ctg} \rho \right) (dx \pm dz \operatorname{tg} \rho), \end{aligned} \quad (5)$$

где 2μ — угол между линиями скольжения; $\sigma = \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} + k \operatorname{ctg} \rho$ — среднее приведенное напряжение; α — угол наклона первой главной оси тензора предельных напряжений к оси Oz .

Верхние знаки в уравнениях (5) относятся к линиям скольжения первого семейства, нижние — к линиям скольжения второго семейства. Компоненты тензора предельных напряжений определяются формулами:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= (1 - \sin \rho \cos 2\alpha) - k \operatorname{ctg} \rho; \\ \sigma_z &= (1 + \sin \rho \cos 2\alpha) - k \operatorname{ctg} \rho; \\ \tau_{zx} &= \sin \rho \sin 2\alpha. \end{aligned} \quad (6)$$

В рассматриваемом случае в основании действует одна массовая сила — удельный вес грунта основания γ : $Z = \gamma$, $X = 0$. Тогда с учетом выражений (3), из которых определяются параметры k и ρ , уравнения (5) примут вид:

$$\begin{aligned} dx &= dz \operatorname{tg}(\pm \mu), \\ d\sigma \pm 2\sigma \operatorname{tg} \rho d\alpha &= \left(\gamma + \frac{\beta}{1 - \beta} \frac{\partial \sigma_z^*}{\partial z} \right) (dz \mp dx \operatorname{tg} \rho) + \frac{\beta}{1 - \beta} \frac{\partial \sigma_z^*}{\partial x} (dx \pm dz \operatorname{tg} \rho). \end{aligned} \quad (7)$$

При решении задачи с применением теории линейно деформируемой среды выражение для определения среднего напряжения σ_z^* , полученного от воздействия трапециевидальной уплотняющей нагрузки с максимальной ординатой p^* , можно записать так:

$$\begin{aligned} \sigma_z^* &= p^* A + \gamma z, \\ A &= \frac{1}{\pi a} \left[a(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) + b(\alpha_1 + \alpha_3) + x(\alpha_1 - \alpha_3) - z \ln \frac{\cos \beta_2 \cos \beta_3}{\cos \beta_1 \cos \beta_4} \right], \\ \beta_1 &= \operatorname{arctg} \frac{x + b + a}{z}; \quad \beta_2 = \operatorname{arctg} \frac{x + b}{z}; \quad \beta_3 = \operatorname{arctg} \frac{x - b}{z}; \quad \beta_4 = \operatorname{arctg} \frac{x - b - a}{z}, \quad (8) \\ \alpha_1 &= \beta_1 - \beta_2; \quad \alpha_2 = \beta_2 - \beta_3; \quad \alpha_3 = \beta_3 - \beta_4. \end{aligned}$$

Предельное напряженное состояние в основании определяется в соответствии с граничными условиями (1) численным интегрированием системы канонических уравнений (7) методом конечных разностей по характеристикам. Обозначим символами σ , α , z и x значения этих переменных в некоторой искомой точке, лежащей на пересечении линий скольжения различных семейств или на пересечении линии скольжения одного из семейств с границей. Обозначения σ_1 , α_1 , z_1 , x_1 и σ_2 , α_2 , z_2 , x_2 будут соответствовать параметрам σ , α , z , x в точках близлежащих от искомой на линиях скольжения первого и второго семейства соответственно. В численном решении принята следующая конечно-разностная форма дифференциальных уравнений (7):

для линий скольжения первого семейства

$$\begin{aligned} x - x_1 &= (z - z_1) \operatorname{tg} \left(\frac{\alpha + \alpha_1}{2} + \mu \right), \\ \sigma - \sigma_1 + (\sigma + \sigma_1) \operatorname{tg} \rho (\alpha - \alpha_1) &= p_1, \\ p_1 &= \left[\gamma + \frac{\beta}{1 - \beta} \left(\frac{\partial \sigma^*}{\partial z} \right)_1 \right] [z - z_1 - (x - x_1) \operatorname{tg} \rho] + \frac{\beta}{1 - \beta} \left(\frac{\partial \sigma^*}{\partial x} \right)_1 [x - x_1 + (z - z_1) \operatorname{tg} \rho]; \end{aligned} \quad (9)$$

для линий скольжения второго семейства

$$\begin{aligned} x - x_2 &= (z - z_2) \operatorname{tg} \left(\frac{\alpha + \alpha_2}{2} - \mu \right), \\ \sigma - \sigma_2 + (\sigma + \sigma_2) \operatorname{tg} \rho (\alpha - \alpha_2) &= p_2, \\ p_2 &= \left[\gamma + \frac{\beta}{1 - \beta} \left(\frac{\partial \sigma^*}{\partial z} \right)_2 \right] [z - z_2 + (x - x_2) \operatorname{tg} \rho] + \frac{\beta}{1 - \beta} \left(\frac{\partial \sigma^*}{\partial x} \right)_2 [x - x_2 - (z - z_2) \operatorname{tg} \rho]. \end{aligned} \quad (10)$$

Производные $\left(\frac{\partial \sigma^*}{\partial z} \right)_1$ и $\left(\frac{\partial \sigma^*}{\partial x} \right)_1$ в формулах (9) определяются из выражения

(8) для координат $\frac{z + z_1}{2}$ и $\frac{x + x_1}{2}$, а производные $\left(\frac{\partial \sigma^*}{\partial z} \right)_2$ и $\left(\frac{\partial \sigma^*}{\partial x} \right)_2$ в формулах

(10) — для координат $\frac{z + z_2}{2}$ и $\frac{x + x_2}{2}$ также из выражения (8).

Численное интегрирование в области предельного равновесия выполняется в рамках решения краевых задач статики сыпучей среды. На рис. 2 показана схема зон предельного равновесия в основании насыпи и обозначены соответствующие решениям в этих зонах номера краевых задач.

Перейдем к описанию решений по зонам. В зоне ABC имеет место максимальное напряженное состояние. Здесь решается первая краевая задача. На свободной границе AB имеем следующие условия:

$$z = 0, \quad \alpha = \frac{\pi}{2}, \quad \sigma = \frac{c \operatorname{ctg} \varphi}{(1 - \beta)(1 - \sin \rho)}. \quad (11)$$

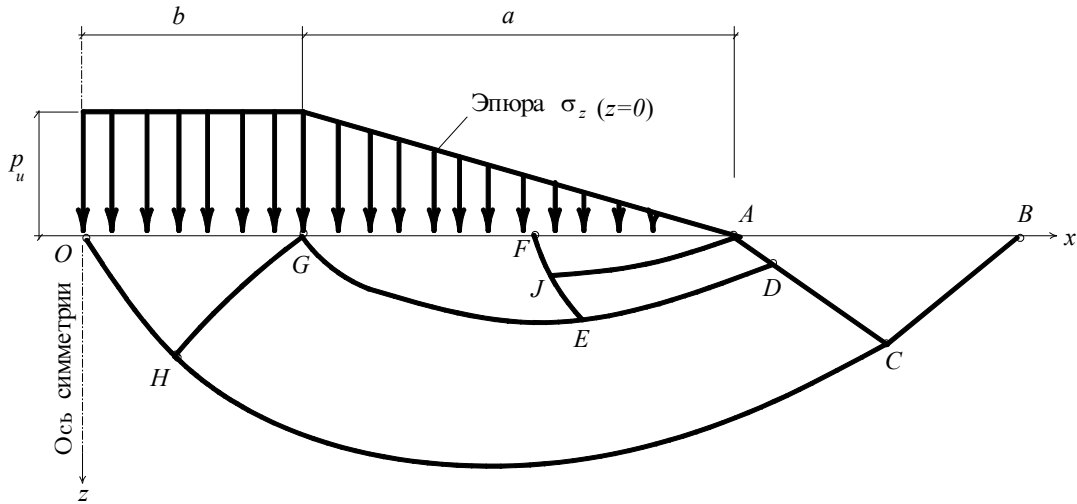


Рис. 2. Расчетная схема области предельного равновесия в основании насыпи

Далее, в зоне AJF решается также первая краевая задача, но имеющая особенность, заключающуюся в обеспечении линейности эпюры нормального давления на границе AF в соответствии с граничными условиями (1). Для граничных точек решение дается следующей системой пяти уравнений:

$$\begin{aligned} x_2 - x_1 &= z_2 \operatorname{tg} \left(\frac{\alpha + \alpha_1}{2} + \mu \right), \\ \sigma_2 - \sigma_1 + (\sigma_2 + \sigma_1) \operatorname{tg} \rho (\alpha - \alpha_1) &= p_1, \\ x - x_2 &= -z_2 \operatorname{tg} (\alpha - \mu), \\ \sigma - \sigma_2 &= p_2, \\ p_u \left(1 - \frac{x - b}{a} \right) &= \sigma (1 + \sin \rho \cos 2\alpha) + k \operatorname{ctg} \rho. \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь при заданной величине неизвестными являются z_2 , x_2 , σ_2 , x и σ . В крайней точке F этой зоны имеет место равенство $\alpha = \frac{\pi}{2} - \mu$.

В зоне GFE решается третья краевая задача при известных параметрах σ , α , z и x на линии скольжения FE . Для точек на границе решение дается системой трех уравнений:

$$\begin{aligned} x - x_1 &= -z_1 \operatorname{tg} \left(\frac{\alpha + \alpha_1}{2} + \mu \right), \\ \sigma - \sigma_1 + (\sigma + \sigma_1) \operatorname{tg} \rho (\alpha - \alpha_1) &= p_1, \\ p_u \left(1 - \frac{x - b}{a} \right) &= \sigma (1 + \sin \rho \cos 2\alpha) + k \operatorname{ctg} \rho. \end{aligned} \quad (13)$$

Зона $DCHG$ дается решением второй краевой задачи статики сыпучей среды при известных параметрах σ , α , z , x на линиях скольжения GH первого семейства DEG и второго семейства GH . Интегрирование осуществляется по уравнениям (9), (10).

В последней зоне OGH решается третья краевая задача при известных значениях параметров σ , α , z , x на линии скольжения GH и граничном условии (1) для участка OG . Для точек на границе OG решение дается системой трех уравнений:

$$\begin{aligned} x - x_1 &= -z_1 \operatorname{tg} \left(\frac{\alpha + \alpha_1}{2} + \mu \right), \\ \sigma - \sigma_1 + (\sigma + \sigma_1) \operatorname{tg} \rho (\alpha - \alpha_1) &= p_1, \\ p_u &= \sigma(1 + \sin \rho \cos 2\alpha) + k \operatorname{ctg} \rho. \end{aligned} \quad (14)$$

Приведенные системы конечно-разностных уравнений являются нелинейными относительно неизвестных. Решение этих систем достигается методом итераций.

Далее реализация изложенного алгоритма предполагает предварительное назначение величины p_u . В результате решения в точке O на оси симметрии должно иметь место равенство

$$\alpha_o = \alpha = 0. \quad (15)$$

Таким образом, величины p_u и α_o однозначно связаны между собой. Искомая величина p_u находится из условия (15) также методом последовательных приближений.

Изложенный алгоритм позволяет осуществлять строгое статическое решение теории предельного равновесия задачи о предельном давлении насыпи на консолидирующееся основание для общего случая наличия коэффициента порового давления, отличного от нуля, и для условий предварительного уплотнения основания.

На рис. 3 показан пример сетки линий скольжения в консолидирующемся основании насыпи, рассчитанный для следующих исходных данных:

$$\varphi = 30^\circ; \beta = 0,7; \eta = 1,0; \xi = \frac{b}{a} = 0,3; \bar{p}^* = 1,0.$$

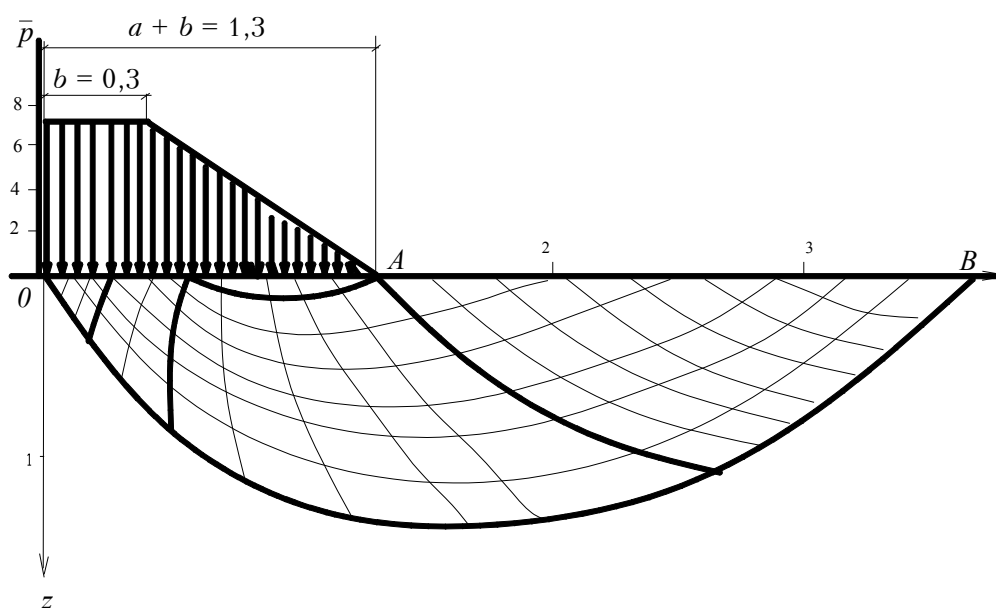


Рис. 3. Пример сетки линий скольжения в консолидирующемся основании насыпи

Предельное давление было рассчитано для различных значений параметра β . Результаты даны в таблице.

Зависимость предельного давления от коэффициента порового давления

β	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
p_u	42	29,7	21,9	16,8	13,2	10,75	8,97	7,73	6,95

Влияние эффекта нестабилизированного состояния в данном примере очень велико и его учет в расчетах необходим.

Для реализации численного решения была разработана специальная вычислительная программа. Принимая в качестве единицы измерения массовой силы удельный вес грунта основания γ , а единицы длины — заложение откоса a , имеем набор исходных данных: ϕ , β , $\eta = c/\gamma a$, $\xi = b/a$. Указанная программа в зависимости от перечисленных исходных данных позволяет определить относительную величину предельного давления $\bar{p}_u$. Абсолютное значение предельного давления соответственно будет равно:

$$p_u = \gamma a \bar{p}_u. \quad (16)$$

Разработанная программа расчета предельного давления насыпи на консолидирующееся основание может быть использована для составления подробных таблиц по определению относительного параметра $\bar{p}_u$.

Библиографический список

1. Соловьев Ю.И., Караулов А.М., Ваганов П.С. Теория мгновенной прочности и ее применение в расчетах устойчивости консолидирующихся массивов грунта // Проектирование и исследование оснований гидротехнических сооружений: М-лы конф. и совещ. по гидротехнике. Л.: Энергия, 1980. С. 104–105.
2. Соловьев Ю.И. Жестко- и упругопластический анализ устойчивости и напряженно-деформированного состояния грунтов: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. М., 1989. 42 с.