

РАСЧЕТ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ СВАИ НА ГОРИЗОНТАЛЬНУЮ И МОМЕНТНУЮ НАГРУЗКИ

Основной характеристикой свайного фундамента является несущая способность свай. Обратимся к несущей способности свай по грунту. Рассматривают следующие варианты этого параметра: несущая способность свай на вдавливание (выдергивание) и несущая способность свай на горизонтальную нагрузку. Как будет показано ниже, имеет смысл выделить также несущую способность на моментную нагрузку.

Наиболее детально разработаны методы определения несущей способности свай на вдавливание F_d (выдергивание F_{du}). Здесь имеется формула для вычисления величины F_d , приведенная в СНиП 2.02.03.85 [1, 2] для различных типов свай и грунтовых условий. Кроме того, данная характеристика может определяться опытным путем: в статических и динамических испытаниях, с помощью эталонной сваи и по результатам статического зондирования. Рекомендации СНиП 2.02.03.85 по определению несущей способности свай на горизонтальную нагрузку F_{dh} ограничены применением полевых методов. В то же время наличие аналитического метода, позволяющего рассчитать величину F_{dh} по формуле с учетом грунтовых условий и характеристик свай, имеет большое практическое значение для проектирования свайных фундаментов. Разработка такого метода является актуальной задачей.

Обратимся к обобщенной методике расчета свайных фундаментов, положенной в основу проектирования данных конструкций [3]. В рамках этой методики дается порядок определения параметров свай в соответствии с горизонтальной и моментной нагрузками. Покажем, что основные положения этого расчета являются достаточными для вывода формулы определения несущей способности свай на воздействие горизонтальной и моментной нагрузки.

Величина несущей способности используется в расчетах фундаментов и оснований по первой группе предельных состояний. Проверка прочности окружающего сваю грунта заключается в ограничении величины бокового давления сваи на грунт σ (основной расчет на горизонтальную нагрузку по первому предельному состоянию) [1, 2]:

$$\sigma \leq \eta_1 \eta_2 \frac{4}{\cos \varphi} (\gamma z \operatorname{tg} \varphi + \xi c), \quad (1)$$

где η_1 , η_2 и ξ — нормативные коэффициенты [1]; γ , c и φ — удельный вес, удельное сцепление и угол внутреннего трения грунта, окружающего сваю в верхней части; z — координата точки, для которой проверяется условие (1).

Боковое давление на грунт σ определяется формулой

$$\sigma = 0,85 \frac{K}{\alpha_\varepsilon} \left(A_1 u_0 - B_1 \frac{\omega_0}{\alpha_\varepsilon} + C_1 \frac{M_0}{\alpha_\varepsilon^2 EI} + D_1 \frac{H_0}{\alpha_\varepsilon^3 EI} \right), \quad (2)$$

где

$$A_1 = 1 + \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ (-1)^i \left[\prod_{j=1}^i (5j - 4) \right] \frac{\bar{z}^{5i}}{(5i)!} \right\},$$

$$B_1 = \bar{z} + \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ (-1)^i \left[\prod_{j=1}^i (5j-3) \right] \frac{\bar{z}^{5i+1}}{(5i+1)!} \right\},$$

$$C_1 = \frac{\bar{z}^2}{2!} + \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ (-1)^i \left[\prod_{j=1}^i (5j-2) \right] \frac{\bar{z}^{5i+2}}{(5i+2)!} \right\},$$

$$D_1 = \frac{\bar{z}^3}{3!} + \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ (-1)^i \left[\prod_{j=1}^i (5j-1) \right] \frac{\bar{z}^{5i+3}}{(5i+3)!} \right\},$$

$$\bar{z} = \alpha_{\varepsilon} z.$$

Коэффициент деформации сваи α_{ε} равен:

$$\alpha_{\varepsilon} = \sqrt[5]{\frac{Kb}{EJ}}, \quad (3)$$

где K — коэффициент пропорциональности для коэффициента постели грунта; b и EJ — условная ширина и жесткость на изгиб поперечного сечения сваи.

Перемещения сваи в уровне поверхности грунта u_0 и ω_0 определяются выражениями [2]:

$$\begin{aligned} u_0 &= \delta_{HH} H_0 + \delta_{HM} M_0, \\ \omega_0 &= \delta_{MH} H_0 + \delta_{MM} M_0, \end{aligned} \quad (4)$$

где
$$\delta_{HH} = \frac{A_0}{\alpha_{\varepsilon}^3 EJ}, \quad \delta_{HM} = \frac{B_0}{\alpha_{\varepsilon}^2 EJ}, \quad \delta_{MM} = \frac{C_0}{\alpha_{\varepsilon} EJ}.$$

Коэффициенты A_0, B_0, C_0 определяются в зависимости от условий закрепления нижнего конца сваи:

для висячей сваи [3]

$$A_0 = \frac{B_{3h} D_{4h} - B_{4h} D_{3h}}{A_{3h} B_{4h} - A_{4h} B_{3h}}, \quad B_0 = \frac{A_{3h} D_{4h} - A_{4h} D_{3h}}{A_{3h} B_{4h} - A_{4h} B_{3h}}, \quad C_0 = \frac{A_{3h} C_{4h} - A_{4h} C_{3h}}{A_{3h} B_{4h} - A_{4h} B_{3h}},$$

при опирании сваи на скалу (свая-стойка)

$$A_0 = \frac{B_{1h} D_{3h} - B_{3h} D_{1h}}{A_{1h} B_{3h} - A_{3h} B_{1h}}, \quad B_0 = \frac{A_{1h} D_{3h} - A_{3h} D_{1h}}{A_{1h} B_{3h} - A_{3h} B_{1h}}, \quad C_0 = \frac{A_{1h} C_{3h} - A_{3h} C_{1h}}{A_{1h} B_{3h} - A_{3h} B_{1h}},$$

при заделке сваи-стойки в скалу

$$A_0 = \frac{B_{2h} D_{1h} - B_{1h} D_{2h}}{A_{2h} B_{1h} - A_{1h} B_{2h}}, \quad B_0 = \frac{A_{2h} D_{1h} - A_{1h} D_{2h}}{A_{2h} B_{1h} - A_{1h} B_{2h}}, \quad C_0 = \frac{A_{2h} C_{1h} - A_{1h} C_{2h}}{A_{2h} B_{1h} - A_{1h} B_{2h}},$$

где
$$A_2 = \frac{dA_1}{d\bar{z}}, \quad A_3 = \frac{dA_2}{d\bar{z}}, \quad A_4 = \frac{dA_3}{d\bar{z}}, \quad B_2 = \frac{dB_1}{d\bar{z}}, \quad B_3 = \frac{dB_2}{d\bar{z}}, \quad A_4 = \frac{dA_3}{d\bar{z}},$$

$$C_2 = \frac{dC_1}{d\bar{z}}, \quad C_3 = \frac{dC_2}{d\bar{z}}, \quad C_4 = \frac{dC_3}{d\bar{z}}, \quad D_2 = \frac{dD_1}{d\bar{z}}, \quad D_3 = \frac{dD_2}{d\bar{z}}, \quad D_4 = \frac{dD_3}{d\bar{z}}.$$

Индекс h в приведенных выражениях означает вычисление данных коэффициентов для нижнего конца сваи.

Чтобы проверить расчет, сделанный по формуле (1), полагая, что $\eta_1 = \eta_2 = 1$, и заменяя координату z ее относительной величиной $\bar{z} = z\alpha_{\varepsilon}$, составляем равен-

ство

$$\sigma = \frac{4}{\cos \varphi} \left(\frac{1}{\alpha_\varepsilon} \gamma \bar{z} \operatorname{tg} \varphi + \xi c \right). \quad (5)$$

Приравнявая правые части (1) и (2), с учетом выражений (4) имеем

$$\begin{aligned} \frac{K \bar{z}}{\alpha_\varepsilon^4 E J} [H_0 (A_1 A_0 - B_1 B_0 + D_1) + \alpha_\varepsilon M_0 (A_1 B_0 - B_1 C_0 + C_1)] = \\ = \frac{4}{\cos \varphi} \left(\frac{1}{\alpha_\varepsilon} \gamma \bar{z} \operatorname{tg} \varphi + \xi c \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Далее введем относительные величины:

$$H = H_0 \frac{\alpha_\varepsilon^2}{\gamma b}, \quad M = M_0 \frac{\alpha_\varepsilon^3}{\gamma b}, \quad \eta = \frac{\xi c \alpha_\varepsilon}{\gamma}. \quad (7)$$

Выражая абсолютные значения величин H_0 и M_0 через относительные параметры, приводим уравнение (6) с учетом (3) к виду:

$$H(A_1 A_0 - B_1 B_0 + D_1) + M(A_1 B_0 - B_1 C_0 + C_1) = \frac{4 \sin \varphi}{\cos^2 \varphi} + \frac{4}{\bar{z} \cos \varphi} \eta. \quad (8)$$

Запишем уравнение (8) в форме:

$$H \Phi_H + M \Phi_M = \Phi, \quad (9)$$

$$\text{где } \Phi_H = \Phi_H(\bar{z}, \bar{h}) = A_1 A_0 - B_1 B_0 + D_1,$$

$$\Phi_M = \Phi_M(\bar{z}, \bar{h}) = A_1 B_0 - B_1 C_0 + C_1,$$

$$\Phi = \Phi(\bar{z}, \varphi, \eta) = \frac{4 \sin \varphi}{\cos^2 \varphi} + \frac{4}{\bar{z} \cos \varphi} \eta. \quad (10)$$

Таким образом, речь может идти о несущей способности сваи на совместное действие горизонтальной и моментной нагрузки, и характеризоваться эта несущая способность будет двумя величинами: F_{dH} и F_{dM} . При действии на сваю горизонтальной силы H необходимо установить предельное значение (несущую способность) F_{dM} при $F_{dH} = H$. Или при действии на сваю момента M необходимо найти F_{dH} при $F_{dM} = M$.

Из формулы (8) определим относительные величины H и M :

$$H = \frac{\Phi - M \Phi_M}{\Phi}, \quad M = \frac{\Phi - H \Phi_H}{\Phi}. \quad (11)$$

Рассматривая эти величины как функции относительной координаты $\bar{z}$, можно записать выражения для расчета несущей способности F_{dH} и F_{dM} :

$$F_{dH} = \frac{\gamma b}{\alpha^2} H_m, \quad H_m = \min_{\bar{z}} \{H\}; \quad F_{dM} = \frac{\gamma b}{\alpha^3} M_m, \quad M_m = \min_{\bar{z}} \{M\}. \quad (12)$$

Численное исследование характера взаимосвязи показателей несущей способности H_m и M_m продемонстрировало линейную зависимость между ними. Для примера на рисунке показан график зависимости между указанными величинами.

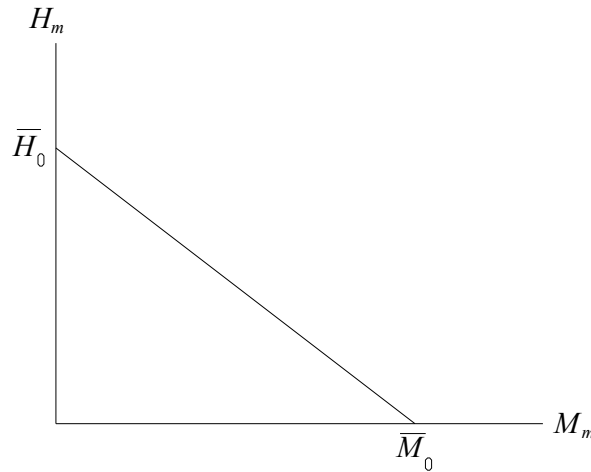


График зависимости H_m от M_m

Исходными данными для приведенного графика являются параметры $\bar{h}$, φ , η , а также условия заделки сваи в грунте. График может быть заменен двумя величинами: $\bar{H}_0$ и $\bar{M}_0$. Показатели несущей способности рассчитываем по формулам:

$$H_m = \bar{H}_0 \frac{\bar{M}_0 - M_m}{\bar{M}_0} \text{ и } M_m = \bar{M}_0 \frac{\bar{H}_0 - H_m}{\bar{H}_0}. \quad (13)$$

Для выполнения практических расчетов показателей несущей способности параметры $\bar{H}_0$ и $\bar{M}_0$ были определены для широкого диапазона исходных данных. Результаты вычислений (для иллюстрации) частично приведены в табл. 1–4 (расчеты для висячей сваи).

Таблица 1

Значения $\bar{H}_0$ (над чертой) и $\bar{M}_0$ (под чертой) при $\varphi = 10^\circ$

η	$\bar{h}$							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
0	<u>0,0102</u> 0,0038	<u>0,0403</u> 0,0302	<u>0,0892</u> 0,0985	<u>0,1523</u> 0,2115	<u>0,2165</u> 0,3329	<u>0,2644</u> 0,4117	<u>0,2882</u> 0,4412	<u>0,2954</u> 0,4466
0,5	<u>0,3205</u> 0,1343	<u>0,6791</u> 0,5659	<u>1,0742</u> 1,3333	<u>1,5017</u> 2,4476	<u>1,9400</u> 3,7696	<u>2,3220</u> 4,8466	<u>2,5601</u> 5,3424	<u>2,6522</u> 5,4493
1	<u>0,6218</u> 0,2614	<u>1,2820</u> 1,0743	<u>1,9815</u> 2,4796	<u>2,7185</u> 4,4846	<u>3,4702</u> 6,8689	<u>4,1372</u> 8,8496	<u>4,5650</u> 9,7782	<u>4,7349</u> 9,9810
1,5	<u>0,9229</u> 0,3886	<u>1,8844</u> 1,5825	<u>2,8866</u> 3,6238	<u>3,9309</u> 6,5153	<u>4,9924</u> 9,9566	<u>5,9416</u> 12,836	<u>6,5580</u> 14,197	<u>6,8056</u> 14,496
2	<u>1,2239</u> 0,5155	<u>2,4863</u> 2,0902	<u>3,7913</u> 4,7672	<u>5,1417</u> 8,5440	<u>6,5124</u> 13,040	<u>7,7428</u> 16,818	<u>8,5472</u> 18,611	<u>8,8725</u> 19,006
2,5	<u>1,5248</u> 0,6425	<u>3,0882</u> 2,5980	<u>4,6955</u> 5,9106	<u>6,3522</u> 10,572	<u>8,0312</u> 16,122	<u>9,5424</u> 20,799	<u>10,535</u> 23,023	<u>10,937</u> 23,515
3	<u>1,8257</u> 0,7695	<u>3,6902</u> 3,1058	<u>5,5995</u> 7,0540	<u>7,5620</u> 12,599	<u>9,5496</u> 19,203	<u>11,341</u> 24,779	<u>12,521</u> 27,435	<u>13,001</u> 28,022
3,5	<u>2,1266</u> 0,8965	<u>4,2921</u> 3,6136	<u>6,5035</u> 8,1972	<u>8,7719</u> 14,627	<u>11,067</u> 22,285	<u>13,139</u> 28,757	<u>14,508</u> 31,846	<u>15,065</u> 32,5282
4	<u>2,4275</u> 1,0235	<u>4,8940</u> 4,1214	<u>7,4075</u> 9,3400	<u>9,9817</u> 16,654	<u>12,585</u> 25,366	<u>14,938</u> 32,735	<u>16,493</u> 36,255	<u>17,129</u> 37,0344

Таблица 2

Значения $\bar{H}_0$ (над чертой) и $\bar{M}_0$ (под чертой) при $\varphi = 20^\circ$

η	$\bar{h}$							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
0	<u>0,0221</u> 0,0083	<u>0,0871</u> 0,0653	<u>0,1930</u> 0,2131	<u>0,3294</u> 0,4576	<u>0,4684</u> 0,7201	<u>0,5719</u> 0,8907	<u>0,6234</u> 0,9545	<u>0,6391</u> 0,9662
0,5	<u>0,3572</u> 0,1488	<u>0,7935</u> 0,6546	<u>1,3033</u> 1,5966	<u>1,8735</u> 2,9982	<u>2,4607</u> 4,6512	<u>2,9595</u> 5,9602	<u>3,2588</u> 6,5460	<u>3,3704</u> 6,6703
1	<u>0,6730</u> 0,2820	<u>1,4283</u> 1,1898	<u>2,2626</u> 2,8070	<u>3,1664</u> 5,1573	<u>4,0931</u> 7,9451	<u>4,9000</u> 10,213	<u>5,4023</u> 11,257	<u>5,5963</u> 11,482
1,5	<u>0,9888</u> 0,4152	<u>2,0606</u> 1,7228	<u>3,2149</u> 4,0099	<u>4,4444</u> 7,2960	<u>5,7015</u> 11,200	<u>6,8089</u> 14,418	<u>7,5105</u> 15,916	<u>7,7861</u> 16,241
2	<u>1,3047</u> 0,5485	<u>2,6923</u> 2,2557	<u>4,1647</u> 5,2100	<u>5,7177</u> 9,4281	<u>7,3018</u> 14,443	<u>8,7068</u> 18,607	<u>9,6067</u> 20,558	<u>9,9639</u> 20,983
2,5	<u>1,6205</u> 0,6817	<u>3,3240</u> 2,7886	<u>5,1137</u> 6,4099	<u>6,9889</u> 11,556	<u>8,8986</u> 17,681	<u>10,599</u> 22,787	<u>11,697</u> 25,191	<u>12,136</u> 25,718
3	<u>1,9358</u> 0,8149	<u>3,9549</u> 3,3208	<u>6,0619</u> 7,6085	<u>8,2591</u> 13,685	<u>10,493</u> 20,916	<u>12,489</u> 26,964	<u>13,785</u> 29,821	<u>14,304</u> 30,449
3,5	<u>2,2512</u> 0,9480	<u>4,5858</u> 3,8530	<u>7,0101</u> 8,8068	<u>9,5284</u> 15,811	<u>12,086</u> 24,148	<u>14,378</u> 31,139	<u>15,870</u> 34,449	<u>16,471</u> 35,177
4	<u>2,5666</u> 1,0811	<u>5,2166</u> 4,3852	<u>7,9583</u> 10,005	<u>10,797</u> 17,937	<u>13,679</u> 27,380	<u>16,265</u> 35,313	<u>17,955</u> 39,075	<u>18,637</u> 39,9032

Таблица 3

Значения $\bar{H}_0$ (над чертой) и $\bar{M}_0$ (под чертой) при $\varphi = 30^\circ$

η	$\bar{h}$							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
0	<u>0,0380</u> 0,0143	<u>0,1499</u> 0,1123	<u>0,3322</u> 0,3668	<u>0,5670</u> 0,7875	<u>0,8063</u> 1,2395	<u>0,9844</u> 1,5331	<u>1,0729</u> 1,6428	<u>1,1000</u> 1,6629
0,5	<u>0,4129</u> 0,1710	<u>0,9576</u> 0,7835	<u>1,6216</u> 1,9661	<u>2,3809</u> 3,7566	<u>3,1634</u> 5,8556	<u>3,8161</u> 7,4813	<u>4,1976</u> 8,1947	<u>4,3363</u> 8,3433
1	<u>0,7566</u> 0,3158	<u>1,6515</u> 1,3678	<u>2,6763</u> 3,2944	<u>3,8100</u> 6,1367	<u>4,9761</u> 9,4972	<u>5,9755</u> 12,185	<u>6,5828</u> 13,399	<u>6,8121</u> 13,658
1,5	<u>1,0993</u> 0,4604	<u>2,3399</u> 1,9478	<u>3,7157</u> 4,6056	<u>5,2095</u> 8,4750	<u>6,7423</u> 13,062	<u>8,0747</u> 16,790	<u>8,9012</u> 18,500	<u>9,2197</u> 18,868
2	<u>1,4420</u> 0,6050	<u>3,0267</u> 2,5265	<u>4,7500</u> 5,9119	<u>6,5988</u> 10,798	<u>8,4916</u> 16,601	<u>10,151</u> 21,360	<u>11,195</u> 23,564	<u>11,602</u> 24,041
2,5	<u>1,7846</u> 0,7496	<u>3,7121</u> 3,1048	<u>5,7823</u> 7,2163	<u>7,9832</u> 13,116	<u>10,232</u> 20,128	<u>12,216</u> 25,914	<u>13,476</u> 28,611	<u>13,972</u> 29,197
3	<u>2,1273</u> 0,8941	<u>4,3975</u> 3,6830	<u>6,8127</u> 8,5182	<u>9,3650</u> 15,429	<u>11,969</u> 23,647	<u>14,276</u> 30,459	<u>15,751</u> 33,647	<u>16,335</u> 34,343
3,5	<u>2,4700</u> 1,0387	<u>5,0830</u> 4,2612	<u>7,8430</u> 9,8202	<u>10,745</u> 17,740	<u>13,703</u> 27,162	<u>16,332</u> 34,998	<u>18,021</u> 38,677	<u>18,694</u> 39,483
4	<u>2,8126</u> 1,1833	<u>5,7684</u> 4,8394	<u>8,8724</u> 11,122	<u>12,124</u> 20,050	<u>15,435</u> 30,674	<u>18,384</u> 39,533	<u>20,289</u> 43,705	<u>21,050</u> 44,619

Таблица 4

Значения $\bar{H}_0$ (над чертой) и $\bar{M}_0$ (под чертой) при $\varphi = 40^\circ$

η	$\bar{h}$							
	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
0	0,0625	0,2463	0,5458	0,9316	1,3248	1,6174	1,7629	1,8073
	0,0235	0,1846	0,6026	1,2940	2,0365	2,5190	2,6992	2,7323
0,5	0,5014	1,2112	2,1080	3,1506	4,2247	5,1078	5,6129	5,7929
	0,2063	0,9832	2,5323	4,9102	7,6805	9,7867	10,694	10,882
1	0,8917	2,0043	3,3219	4,8056	6,3341	7,6254	8,3937	8,6780
	0,3708	1,6499	4,0572	7,6581	11,898	15,233	16,717	17,030
1,5	1,2793	2,7864	4,5073	6,4085	8,3635	10,041	11,062	11,448
	0,5342	2,3085	5,5513	10,330	15,982	20,508	22,557	22,994
2	1,6667	3,5647	5,6832	7,9923	10,362	12,417	13,686	14,173
	0,6976	2,9642	7,0346	12,975	20,017	25,718	28,328	28,889
2,5	2,0541	4,3417	6,8541	9,5659	12,345	14,772	16,287	16,875
	0,8611	3,6195	8,5137	15,607	24,026	30,897	34,065	34,749
3	2,4415	5,1175	8,0223	11,134	14,320	17,115	18,875	19,563
	1,0245	4,2732	9,9887	18,231	28,022	36,058	39,783	40,589
3,5	2,8289	5,8924	9,1895	12,699	16,288	19,450	21,455	22,243
	1,1879	4,9269	11,463	20,852	32,009	41,206	45,488	46,419
4	3,2163	6,6673	10,354	14,262	18,253	21,781	24,029	24,917
	1,3514	5,5806	12,935	23,467	35,990	46,346	51,184	52,240

На основании выполненных расчетов можно сделать следующие выводы. Несущая способность сваи на горизонтальную и моментную нагрузки должна рассматриваться совместно. При полученных усилиях в свае (в уровне поверхности грунта) — поперечной силе H и изгибающем моменте M — следует вычислить соответствующие этим усилиям их предельные значения по приведенным в данной статье формулам (12) и (13). Параметры $\bar{H}_0$ и $\bar{M}_0$ можно установить по таблицам, образец которых приведен в данной работе.

Разработанная методика оценки несущей способности сваи на горизонтальную и моментную нагрузки предлагается для практического использования при проектировании свайных фундаментов, в том числе транспортных сооружений.

Библиографический список

1. СНиП 2.02.03–85. Свайные фундаменты. М., 1986.
2. СП 50–102–2003. Проектирование и устройство свайных фундаментов. М., 2004.
3. Силин К.С., Глотов Н.М., Забрюев К.С. Проектирование фундаментов глубокого заложения. М.: Транспорт, 1981. 252 с.