

АНАЛИЗ РАСЧЕТНОЙ СХЕМЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НАСЫПИ И СЛАБОГО ОСНОВАНИЯ

При проектировании земляного полотна на слабых грунтах в инженерных расчетах прочности и деформируемости основания широко используется упрощенная расчетная схема взаимодействия насыпи и слабого основания. Согласно этой схеме действие насыпи на слабое основание представляется в виде эпюры нормального давления с формой, подобной очертанию поперечного профиля земляного полотна. Касательные напряжения, действующие по подошве насыпи, при этом не учитываются.

Такая схема применяется для определения безопасной нагрузки на основание насыпи и для расчета осадки слабого основания [1, 2].

В данной статье впервые приводится анализ указанной расчетной схемы в отношении ее применимости для установления безопасной нагрузки насыпи на основание.

Следует заметить, что при определении расчетного сопротивления грунта основания фундаментов также используется упрощенная расчетная схема взаимодействия фундамента и основания, представленная в виде полосовой равномерно распределенной вертикальной нагрузки без учета касательных напряжений по подошве фундамента. Опыт практических расчетов подтвердил приемлемость этой упрощенной схемы для оценки диапазона нагрузки, при которой возможна надежная работа оснований фундаментов.

Наличие вычислительных комплексов, конечно, позволяет выполнить совместный расчет насыпи и основания, определить напряжено-деформированное состояние этой системы и оценить прочность грунта в любой точке основания. При этом имеет место некоторая неопределенность в установлении величины безопасной нагрузки, связанная с неизбежными погрешностями при дискретизации расчетной области в рамках применения численных методов расчета. Поэтому не теряет своей актуальности совершенствование инженерных методов расчета, позволяющих получить точную количественную оценку прочности основания.

Распределение нормальных и касательных напряжений, действующих по подошве насыпи, исследовалось как в экспериментальном, так и теоретическом плане. В опытах А.В. Даркова [3] и Р.Е. Подвального [4] было установлено, что эпюра нормальных напряжений, действующих по подошве насыпи, в общем случае имеет нелинейный характер. Наряду с нормальными напряжениями развиваются и касательные напряжения. Для расчета этих напряжений И.З. Лобановым предложены теоретические зависимости, основанные на рассмотрении условий статического равновесия в теле земляного полотна [5].

На рис. 1 показана правая половина симметричной расчетной схемы действия насыпи на основание.

Рассмотрим насыпь трапециевидального очертания, имеющую следующие геометрические параметры: $2b_0$ — ширина основной площадки; h — высота насыпи; $1:m$ — крутизна откоса. Материал насыпи характеризуется удельным весом γ_n и коэффициентом поперечного расширения (коэффициентом Пуассона) ν .

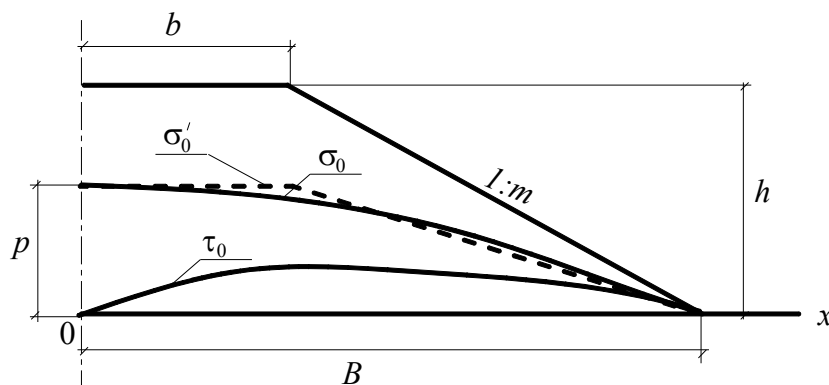


Рис. 1. Эпюры нормальных и касательных напряжений, действующих по подошве насыпи

Формулы для определения нормальных σ_0 и касательных τ_0 напряжений имеют вид:

$$\begin{aligned}\sigma_0 &= \gamma_n h \left[1 - \left(\frac{x}{B} \right)^n \right], \\ \tau_0 &= \gamma_n h \frac{m(n-1)}{2n} \cdot \frac{x}{B} \left[1 - \left(\frac{x}{B} \right)^n \right],\end{aligned}\quad (1)$$

где $n = \frac{2\xi + \sqrt{4\xi^2 + 8\xi m^2 + m^4}}{m^2}$; $\xi = \frac{\nu}{1-\nu}$ — коэффициент поперечного расширения грунта.

Кроме того, для данной схемы приняты соотношения:

$$b = \frac{n-1}{2} mh; \quad B = b + mh. \quad (2)$$

Соотношениям (2) соответствует полная форма нелинейных эпюр σ_0 и τ_0 , при которой наибольшей величины $\sigma_0 = p = \gamma h$ нормальное давление достигает на оси симметрии насыпи. Для этого случая и будет выполнен анализ влияния нелинейности указанных эпюр на величину безопасной нагрузки. При большей ширине основной площадки появляется прямолинейный участок в средней части эпюры σ_0 и соответствующий ей нулевой участок эпюры касательных напряжений.

На этом же рис. 1 штриховой линией показана упрощенная схема взаимодействия насыпи и основания, выражающаяся в трапецидальной эпюре нормального давления с максимальной ординатой $\sigma'_0 = p = \gamma h$. Эпюры σ_0 и σ'_0 равновелики по площади, тождественной весу насыпи (для условий плоской деформации).

Задача заключалась в выполнении сопоставительных расчетов безопасной нагрузки на основание насыпи, установленной для нелинейной эпюры давления по подошве насыпи и для трапецидальной эпюры нормального давления. Прочность грунта основания оценивалась условием предельного равновесия Кулона — Мора:

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{zx}^2} = \left(\frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} + c \operatorname{ctg} \varphi\right) \sin \varphi, \quad (3)$$

где c , φ — параметры прочности грунта основания (удельное сцепление и угол внутреннего трения).

Решение задачи осуществлялось в относительных переменных: $a = mh$ — единица длины (заложение откоса), γ — единица массовой силы (удельный вес грунта основания). Относительное значение параметра обозначим символом

$\eta = \frac{c}{\gamma a}$. Для остальных относительных параметров и переменных специальных обозначений вводить не будем.

Исходными данными для сопоставительных расчетов являются относительные параметры насыпи ν и m и основания η и φ . Искомая величина — относительное давление p , характеризующее как нелинейные эпюры давления, действующего по подошве насыпи, так и трапецеидальную эпюру нормального давления. Вычисление напряжений в основании насыпи, получаемых от нелинейного давления, осуществляем с помощью известных решений определения вертикальной и горизонтальной нагрузок. Расчетная схема показана на рис. 2.

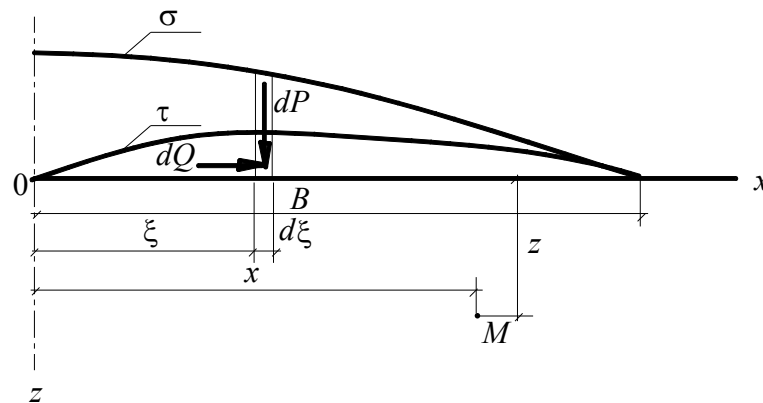


Рис. 2. Расчетная схема для вычисления напряжений в основании, получаемых от нелинейного давления

В соответствии с расчетной схемой (см. рис. 2) и принятыми единицами измерения бесконечно малые силы dP и dQ будут равны:

$$dP = \sigma d\xi = p \left[1 - \left(\frac{\xi}{B} \right)^n \right] d\xi, \quad (4)$$

$$dQ = \tau d\xi = p \frac{m(n-1)}{2n} \cdot \frac{\xi}{B} \left[1 - \left(\frac{\xi}{B} \right)^n \right] d\xi,$$

где $B = 1 + b$; $b = \frac{n-1}{2}$.

Компоненты напряжений от бесконечно малых сил будут равны:

$$\begin{aligned} d\sigma_x &= \frac{2(x-\xi)^2 z}{\pi[(x-\xi)^2 + z^2]^2} [dPz + dQ(x-\xi)], \\ d\sigma_z &= \frac{2z^2}{\pi[(x-\xi)^2 + z^2]^2} [dPz + dQ(x-\xi)], \\ d\tau_{zx} &= \frac{2(x-\xi)z}{\pi[(x-\xi)^2 + z^2]^2} [dPz + dQ(x-\xi)]. \end{aligned} \quad (5)$$

Напряжения от нелинейных нагрузок σ_0 и τ_0 составят:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= pX + z, \\ X &= \frac{2}{\pi} \int_0^{1+b} \frac{(x-\xi)^2}{[(x-\xi)^2 + z^2]} \left[1 - \left(\frac{\xi}{1+b} \right)^n \right] \left[z + \frac{m(n-1)}{2n} \cdot \frac{\xi(x-\xi)}{1+b} \right] d\xi, \\ \sigma_z &= pZ + z, \\ Z &= \frac{2z^2}{\pi} \int_0^{1+b} \frac{1}{[(x-\xi)^2 + z^2]} \left[1 - \left(\frac{\xi}{1+b} \right)^n \right] \left[z + \frac{m(n-1)}{2n} \cdot \frac{\xi(x-\xi)}{1+b} \right] d\xi, \\ \tau_{zx} &= pT, \\ T &= \frac{2z}{\pi} \int_0^{1+b} \frac{x-\xi}{[(x-\xi)^2 + z^2]} \left[1 - \left(\frac{\xi}{1+b} \right)^n \right] \left[z + \frac{m(n-1)}{2n} \cdot \frac{\xi(x-\xi)}{1+b} \right] d\xi. \end{aligned} \quad (6)$$

Определим полусумму и полуразность нормальных напряжений выражениями:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} &= pA + z, \\ A &= \frac{1}{\pi} \int_0^{1+b} \left[1 - \left(\frac{\xi}{1+b} \right)^n \right] \left[z + \frac{m(n-1)}{2n} \cdot \frac{\xi(x-\xi)}{1+b} \right] \frac{1}{(x-\xi)^2 + z^2} d\xi, \\ \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} &= pD, \\ D &= \frac{1}{\pi} \int_0^{1+b} \left[1 - \left(\frac{\xi}{1+b} \right)^n \right] \left[z + \frac{m(n-1)}{2n} \cdot \frac{\xi(x-\xi)}{1+b} \right] \frac{z^2 - ((x-\xi)^2)}{[(x-\xi)^2 + z^2]^2} d\xi. \end{aligned} \quad (7)$$

Интегрирование выражений (7) осуществлялось численным методом.

Частное значение нагрузки $p(z, x)$ находилось из условия предельного равновесия Кулона — Мора (3):

$$p(z, x) = \frac{z + c \operatorname{ctg} \varphi}{\sqrt{D^2 + T^2} - A \sin \varphi} \sin \varphi. \quad (8)$$

Величина безопасной нагрузки p находится как минимум функции $p(z, x)$ по координатам:

$$p = \min p(z, x). \quad (9)$$

Для трапецеидального нормального давления, действующего по подошве насыпи, безопасная нагрузка также определяется с помощью выражений (8) и (9). В этом случае величины A , D и T рассчитываются по формулам:

$$A = \frac{1}{\pi} \left[\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + b(\alpha_1 + \alpha_3) + x(\alpha_1 - \alpha_3) - z \ln \frac{\cos \beta_2 \cos \beta_3}{\cos \beta_1 \cos \beta_4} \right];$$

$$D = \frac{z}{\pi} \ln \frac{\cos \beta_2 \cos \beta_3}{\cos \beta_1 \cos \beta_4}; \quad T = \frac{z}{\pi} (\alpha_1 - \alpha_3). \quad (10)$$

$$\beta_1 = \arctg \frac{x+b+1}{z}; \quad \beta_2 = \arctg \frac{x+b}{z}; \quad \beta_3 = \arctg \frac{x-b}{z}; \quad \beta_4 = \arctg \frac{x-b-1}{z}.$$

$$\alpha_1 = \beta_1 - \beta_2; \quad \alpha_2 = \beta_2 - \beta_3; \quad \alpha_3 = \beta_3 - \beta_4.$$

Анализ был выполнен для угла внутреннего трения $\varphi = 5^\circ$, крутизны откоса $m = 1$ и различных значений η . Результаты вычисления безопасной нагрузки по упрощенной схеме p_6 и с учетом нелинейности $p_{6.н}$ приведены в табл. 1.

Таблица 1

Значения p_6 , $p_{6.н}$ ($\varphi = 5^\circ$, $m = 1$)

η	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
p_6	0,676	1,099	1,503	1,898	2,286
$p_{6.н}$	0,212	0,393	0,573	0,754	0,934

Аналогичные расчеты были выполнены для значений угла внутреннего трения $\varphi = 20^\circ$. Результаты даны в табл. 2.

Таблица 2

Значения p_6 , $p_{6.н}$ ($\varphi = 20^\circ$, $m = 1$)

η	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
p_6	2,205	3,139	3,953	4,713	5,441
$p_{6.н}$	0,505	0,798	1,090	1,382	1,675

Сопоставление величин безопасных нагрузок демонстрирует настолько существенное расхождение, что использование упрощенной расчетной схемы представляется необоснованным и дающим завышенную оценку прочности слабого основания насыпи. Однако более детальное рассмотрение значений безопасной нагрузки показывает следующее. В табл. 3 для примера приведены значения функций p по координатам. Надо отметить, что упрощенной схеме соответствует один минимум функции p , а при учете нелинейности появляются локальные минимумы. И дело здесь в том, что локальным минимумам отвечают локальные, небольшие по размеру зоны разрушения грунта, не представляющие опасности для работы основания в целом. Такое положение мы имеем и в вопросе определения расчетного сопротивления грунта основания при рассмотрении полосовой нагрузки.

Таблица 3

Значение функции p

для нелинейной эпюры

52,44	-1,00	13,49	-1,00	24,89	-1,00	34,47	23,91	27,57	37,97
33,09	-1,00	999,00	-1,00	-1,00	86,95	34,06	21,89	24,41	30,94
25,43	46,02	57,85	102,33	53,34	32,88	25,45	22,39	24,23	28,90
23,10	27,27	31,16	33,47	30,32	26,11	23,69	23,17	24,97	28,73
23,09	24,32	25,73	26,38	25,68	24,47	23,83	24,30	26,17	29,44
24,10	24,23	24,68	24,95	24,84	24,63	24,81	25,75	27,68	30,69
25,72	25,30	25,29	25,38	25,48	25,70	26,29	27,49	29,47	32,30
27,74	27,02	26,75	26,74	26,92	27,35	28,17	29,51	31,51	34,22
30,09	29,19	28,76	28,68	28,89	29,43	30,36	31,78	33,78	36,40
32,71	31,70	31,17	31,03	31,25	31,84	32,83	34,29	36,27	38,83
35,59	34,50	33,90	33,72	33,93	34,53	35,55	37,02	38,99	41,48
38,70	37,56	36,90	36,69	36,88	37,49	38,51	39,98	41,92	44,36
42,03	40,85	40,15	39,91	40,09	40,68	41,70	43,15	45,06	47,44
45,57	44,36	43,63	43,36	43,51	44,09	45,09	46,53	48,40	50,73
49,31	48,08	47,32	47,03	47,16	47,72	48,70	50,10	51,94	54,23

для линейной эпюры

-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	37,91	48,09	70,04
-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	41,50	28,30	31,93	41,41
-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	999,00	48,83	28,95	25,41	27,72	33,41
-1,00	-1,00	-1,00	397,73	54,98	32,24	25,69	24,44	26,29	30,34
-1,00	-1,00	129,58	55,02	35,35	27,64	24,64	24,33	25,96	29,17
91,50	67,20	48,15	36,33	29,54	25,94	24,49	24,66	26,19	28,91
44,84	40,18	34,89	30,41	27,25	25,42	24,81	25,29	26,77	29,19
34,24	32,44	30,16	28,02	26,42	25,53	25,43	26,11	27,58	29,81
30,23	29,37	28,24	27,15	26,37	26,04	26,27	27,11	28,57	30,67
28,62	28,18	27,62	27,10	26,79	26,82	27,29	28,24	29,71	31,72
28,19	27,98	27,74	27,56	27,55	27,83	28,46	29,50	30,98	32,93
28,44	28,38	28,33	28,36	28,57	29,02	29,77	30,88	32,37	34,28
29,15	29,18	29,25	29,44	29,79	30,36	31,21	32,37	33,87	35,74
30,19	30,27	30,44	30,73	31,19	31,85	32,76	33,96	35,48	37,33
31,48	31,60	31,84	32,20	32,73	33,47	34,43	35,67	37,19	39,02

Поэтому представилось целесообразным рассмотреть определение безопасной нагрузки на основание насыпи, допуская развитие зон разрушения, по аналогии с ленточными фундаментами, на глубину не более 0,25 от ширины подошвы насыпи. Результаты этих вычислений приведены в табл. 4.

Таблица 4

Значения $p_{б.н}$ ($\varphi = 5^\circ$, $m = 1$)

η	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
	$\varphi = 5^\circ$				
$p_{б.н}$	0,604	1,02	1,437	1,851	2,27
	$\varphi = 20^\circ$				
$p_{б.н}$	2,23	2,92	3,61	4,30	4,99

Эти результаты показывают, что применение упрощенной расчетной схемы качественно отвечает расчету с учетом нелинейности при развитии зон разрушения грунта на глубину не более 0,25 ширины подошвы насыпи. Поскольку развитие зон разрушения в указанных пределах не представляет опасности для надежной работы слабого основания насыпи, то применение упрощенной

расчетной схемы Г.М. Шахунянца [6] и В.Д. Казарновского [2] можно считать допустимым для выполнения инженерных расчетов.

Библиографический список

1. *Пособие* по проектированию земляного полотна автомобильных дорог на слабых грунтах. М.: Стройиздат, 1989. 124 с.
2. *Евгеньев И.Е., Казарновский В.Д.* Земляное полотно автомобильных дорог на слабых грунтах. М.: Транспорт, 1978. 240 с.
3. *Дарков А.В.* Приближенный метод определения сдвигающих усилий в подошве насыпи: Тр. МИИТа. 1957. Вып. 94. С. 67–82.
4. *Подвальный Р.Е.* К вопросу о распределении напряжений в насыпях и бортах выемок: Сб. науч. тр. ВНИИТС, ЦНИИС. М., 1970. С. 28–36.
5. *Лобанов И.З.* Собственное напряженное состояние откоса выемки и косогорного участка местности // Инженерно-геологические условия, основания и фундаменты транспортных сооружений в Сибири: Сб. науч. тр. НИИЖТа. Новосибирск, 1989. С. 40–47.
6. *Шахунянец Г.М.* Железнодорожный путь. М.: Транспорт, 1969. 536 с.