

Верификация структурных термоупругих моделей грунтов, армированных объемными георешетками, на основе результатов проведения численного эксперимента*

Проведено сравнение эффективных термоупругих постоянных грунта, армированного объемной георешеткой Geoweb, которые определены на базе разных структурных моделей, с результатами эталонных расчетов, выполненных на основе конечно-элементного моделирования. Показано, что одна из структурных моделей хорошо согласуется с результатами численного эксперимента (с точностью 0,5 %).

Ключевые слова: *грунт, армирование, объемная георешетка, термоупругость, структурная теория, численный эксперимент, конечно-элементное моделирование.*

В последние десятилетия в мировой строительной практике все чаще находят применение геосинтетические материалы для армирования элементов современных дорожных конструкций и грунтов основания. Применение геосинтетики при проектировании, строительстве, реконструкции и эксплуатации железнодорожных, автомобильных и других дорог позволяет компенсировать недостатки свойств грунтов и дорожно-строительных материалов [1], повысить их физические и механические свойства, а в некоторых случаях – превратить в совершенно новые типы композитных материалов – геокомпозиты.

Проблема формирования нормативной базы для проектирования дорожных конструкций, армированных геосинтетиками, наряду с эмпирической имеет большую долю теоретической составляющей. Последняя характеризуется слабым развитием системного подхода к разработке моделей деформирования и расчета слоистых конструкций, армированных пространственными (объемными) структурами как композитных материалов, так и образованных из них конструкций [1].

Среди основных факторов, оказывающих влияние на работу дорожных конструкций, выделяют температурные воздействия. Их роль настолько велика, что заслуживает специального исследования.

Моделирование механического поведения криволинейно армированных ребристыми элементами композитных сред (к которым относятся и грунты, усиленные объемными георешетками типа Geoweb) в настоящее время находится в зачаточном состоянии. Так, в [2] на базе конечно-элементного моделирования (КЭМ) исследуется упругопластическое поведение трехслойных консольных пластин под действием локализованных и распределенных поперечных нагрузок при цилиндрическом изгибе, когда средний слой представляет собой ребристо-армированный полимер. (Отметим, что описание механического поведения таким образом армированных полимеров формально полностью совпадает с описанием поведения грунтов, усиленных объемными георешетками.) КЭМ является идеальным при решении подобного класса задач, однако современный уровень вычислительной техники не позволяет рассчитать механическое поведение такой ячеистой конструкции при большом количестве ячеек. Например, в [2] исследование конструкции сведено к представительному элементу балочного типа, содержащему всего десять ячеек, причем простейшей формы, в которой ребристые элементы являются плоскими (не криволинейными) и об-

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 14-01-90400-Укр_а).

разуют ортогональную структуру армирования. В реальных же объемных георешетках армирующие элементы являются криволинейными (рис. 1), а характерный размер одной ячейки – около 20 см [1], поэтому геокомпозит, содержащий всего десять ячеек таких размеров, малоинтересен с точки зрения практического применения в дорожном строительстве.

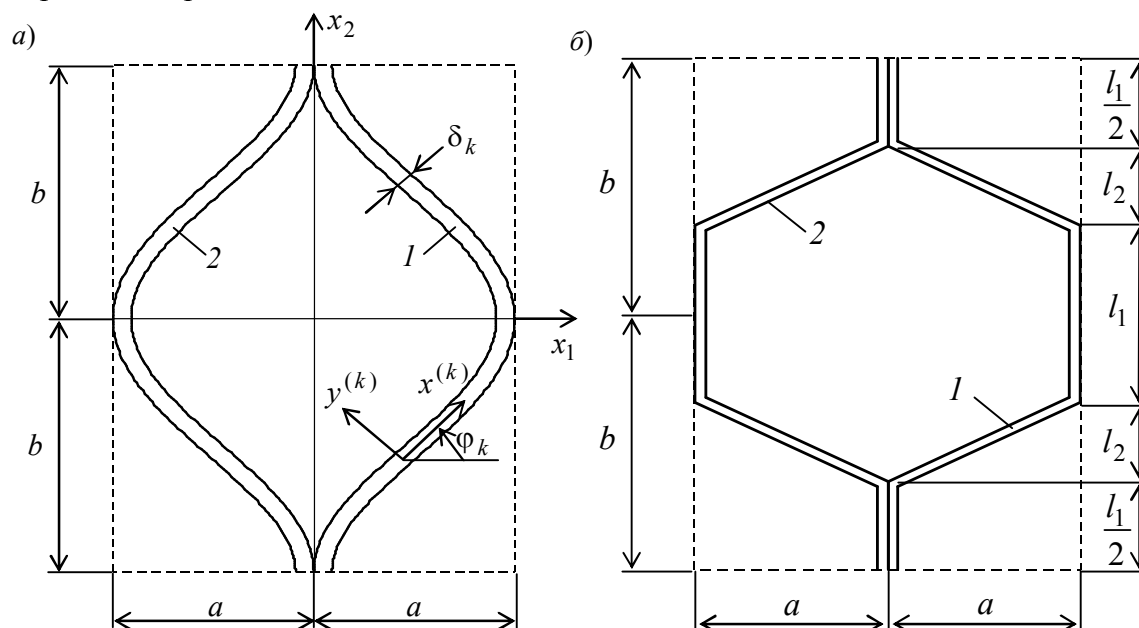


Рис. 1. Представительная ячейка пространственно-армированного грунта (вид сверху):
 a – гладкие траектории армирования (решетка типа Geoweb); b – кусочно-постоянные траектории армирования (решетка типа Armater)

Следовательно, для решения реальных задач о деформировании современных дорожных конструкций, содержащих слои геокомпозита периодической структуры с большим количеством ячеек, на сегодняшний день целесообразно использовать структурные модели их механического поведения, базирующиеся на использовании тех или иных упрощающих гипотез, позволяющих резко сократить вычислительные затраты по сравнению с прямым использованием КЭМ. Так, в работе [3], на основе упрощающих допущений с привлечением энергетического критерия эквивалентности была разработана структурная модель упругого поведения грунта, армированного объемной георешеткой. При этом условия сопряжения полей напряжений на поверхностях контакта грунта и армирующих элементов не учитывались, а деформации в компонентах композиции принимались равными деформациям геокомпозита в целом, что является весьма грубым приближением. В более поздних исследованиях [4, 5] были предложены две модели, лишенные недостатков, указанных в работе [3], и позволяющие определить нижние [5] и верхние [4] оценки эффективных жесткостей грунтов, армированных объемными георешетками (вилка Хашина – Штрикмана [6]). В работе [7] предложена аналогичная структурная модель без привлечения энергетических критериев эквивалентности. Однако в исследованиях [4, 5, 7] активно использовалось упрощающее допущение, что напряженно-деформированное состояние (НДС) в компонентах композиции является кусочно-постоянным в пределах представительного элемента (ячейки) геокомпозита.

Отсутствие в печати экспериментальных данных по термоупругому деформированию грунтов, армированных объемными георешетками, не позволяет оценить

точность этих структурных теорий и их практическую пригодность. Используемые в настоящее время натурные штамповые испытания армированных грунтов [1] не позволяют идентифицировать все необходимые для расчетов дорожных конструкций термомеханические характеристики геокомпозитов.

На сегодня реальная возможность верификации структурных моделей из [3–5, 7] заключается в сравнении значений эффективных механических и температурных жесткостей геокомпозита, предсказываемых ими, со значениями, полученными на основе КЭМ, так как в последнем случае не используются никакие упрощающие гипотезы и расчет по КЭМ можно рассматривать как эталонный.

Итак, рассмотрим термоупругий слой толщиной h , регулярно армированный в плоскости (x_1, x_2) объемной георешеткой. Усиливающие элементы объемной решетки представляют собой цилиндрические оболочечные элементы, образующие которых параллельны координате x_3 прямоугольной декартовой системы координат x_1, x_2, x_3 ; координата x_3 направлена по толщине слоя. Выделим из такого композитного материала простейший представительный элемент (ячейку) объемом

$$V = 2a \times 2b \times h$$

(см. рис. 1) так, чтобы любой другой элемент композита можно было получить параллельным переносом по направлению x_1 на расстояние $2an$, по направлению x_2 на расстояние $2bm$, а по направлению x_3 на расстояние hl ($n, m, l = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$).

На рис. 1, *a* изображена ячейка с достаточно общим типом армирования (криволинейное армирование, характерное, например, для георешетки Geoweb). Из такой структуры заданием геометрии усиливающих элементов можно получить георешетки всех видов, используемых на сегодняшний день на практике [1], например сотовые ячейки, характерные для георешетки Armatex (см. рис. 1, *б*), и др.

На рис. 1 изображены ячейки, усиленные двумя армирующими элементами (1 и 2) по криволинейным гладким траекториям (см. рис. 1, *a*) и по кусочно-постоянным траекториям (см. рис. 1, *б*).

Верификацию структурных моделей грунтов, армированных объемными георешетками, проведем на примере георешетки Geoweb, как наиболее часто используемой на практике [1].

Представительная ячейка георешетки Geoweb изображена на рис. 1, *a* и характеризуется размерами в плане $a = 0,1$ м, $b = 0,12$ м; толщины армирующих элементов $\delta_1 = \delta_2 = 1,27$ мм [1]. Термоупругие постоянные георешетки $E_a = 393$ МПа, $\nu_0 = 0,4$, $\alpha_a = 10^{-5} \text{ К}^{-1}$; термоупругие характеристики грунта $E_0 = 40$ МПа, $\nu_0 = 0,35$, $\alpha_0 = 6 \cdot 10^{-6} \text{ К}^{-1}$ [1], где E_a, E_0 – модули Юнга; ν_a, ν_0 – коэффициенты Пуассона; α_a, α_0 – коэффициенты линейного теплового расширения компонентов геокомпозита.

В монографии [1, с. 122] предлагается заменить криволинейное армирование, изображенное на рис. 1, *a*, на кусочно-постоянное, изображенное на рис. 1, *б*, с теми же характерными размерами ячейки в плане a, b и следующими размерами прямолинейных участков траекторий армирования (см. рис. 1, *б*): $l_1 = 0,032$ м, $l_2 = 0,088$ м. Далее в настоящем исследовании будем использовать именно эту аппроксимацию ячейки рассматриваемого геокомпозита.

Так как фиктивный однородный материал, эквивалентный рассматриваемому геокомпозиту, является ортотропным [1, 6], то соотношения Дюамеля – Неймана для него имеют вид:

$$\sigma_{ii} = \sum_{j=1}^3 A_{ij} \varepsilon_{jj} - B_i T, \quad \sigma_{il} = 2G_{il} \varepsilon_{il} \quad (i \neq l, \quad i, l = 1, 2, 3),$$

где σ_{ij} , ε_{ij} – осредненные напряжения и деформации в композиции; A_{ij} , G_{il} – эффективные механические жесткости геокомпозита; B_i – эффективные температурные жесткости композиции; T – отклонение температуры геокомпозита от температуры его естественного состояния.

В таблице приведены расчетные значения эффективных механических A_{ij} , G_{il} и температурных B_i жесткостей рассматриваемого геокомпозитного слоя, определенные по структурным моделям, которые были предложены ранее в [3–5, 7], а также на основе КЭМ.

Расчетные значения эффективных жесткостей грунта, армированного объемной георешеткой Geoweb

Характеристики жесткости	Модель из [3]	Модель из [4]	Модель из [7]	Модель из [5]	КЭМ
A_{11} , МПа	76,89	67,11	67,09	67,07	66,94
$A_{12} = A_{21}$, МПа	44,80	36,63	36,60	36,57	36,76
$A_{13} = A_{31}$, МПа	43,82	36,58	36,56	36,54	36,71
A_{22} , МПа	76,89	67,74	67,71	67,68	67,39
$A_{23} = A_{32}$, МПа	43,82	36,83	36,81	36,79	36,88
A_{33} , МПа	77,87	72,11	72,10	72,08	72,23
$G_{12} = G_{21}$, МПа	18,98	18,02	16,36	14,85	16,29
$G_{23} = G_{32}$, МПа	17,02	16,14	16,13	16,12	16,12
$G_{13} = G_{31}$, МПа	17,02	15,96	15,96	15,95	15,94
B_1 , Па·К ⁻¹	–	–	871,1	–	871,4
B_2 , Па·К ⁻¹	–	–	880,1	–	879,0
B_3 , Па·К ⁻¹	–	–	924,8	–	929,3

Методика определения эффективных характеристик 3D-периодических сред на основе КЭМ достаточно подробно изложена во многих публикациях, в частности [8], поэтому не будем останавливаться более подробно на обсуждении этого вопроса. Отметим лишь, что на рис. 2 в качестве примера изображены некоторые типы граничных условий, которые необходимо задавать для определения жесткостей A_{ij} , B_i на основе КЭМ.

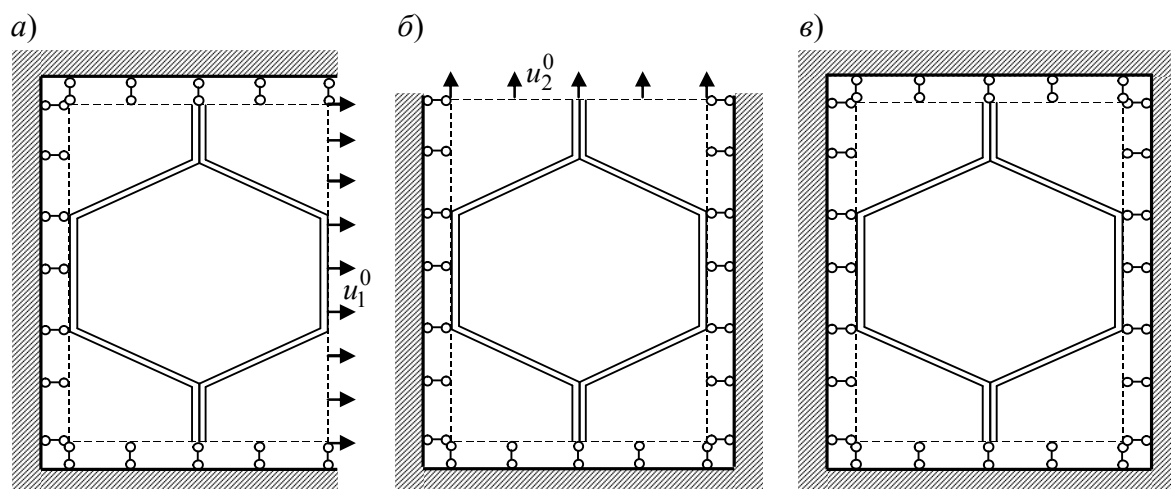


Рис. 2. Граничные условия, задаваемые при КЭМ:

a – для определения A_{11} , A_{21} , A_{31} ; *б* – для вычисления A_{12} , A_{22} , A_{32} ; *в* – для определения B_1 , B_2 , B_3

В рамках КЭМ для определения значений эффективных жесткостей A_{11} , A_{12} , A_{21} , A_{22} , G_{12} использовались плоские конечные элементы (КЭ) при задании условий плоского деформирования, причем ячейка (см. рис. 1, б и рис. 2) разбивалась на 47 558 элементов с 24 100 узлами. Для определения остальных эффективных постоянных использовалось пространственное КЭМ ячейки, причем в силу условий симметрии оказалось достаточным рассмотреть четверть ячейки с размерами в плане $a \times b$. При этом количество пространственных КЭ равно 56 498 с 29 523 узлами. Таким образом, при КЭМ использовалась достаточно мелкая разбивка ячейки на КЭ, что позволило адекватно учесть неоднородность НДС во всех компонентах геокомпозиита и дало основание считать результаты расчета на базе КЭМ достаточно надежными и достоверными (см. последний столбец таблицы).

В работах же [3–5, 7] при построении структурных моделей армированных грунтов использовались упрощающие гипотезы. В частности, как уже отмечалось, НДС в компонентах геокомпозиита в пределах представительной ячейки предполагалось постоянным. Эти допущения позволили существенно упростить методику определения эффективных жесткостей композиции (при этом все вычисления сводятся к алгебре 6×6 -матриц).

Как видно из второго столбца таблицы, предложенная в [3] модель армированного грунта (наиболее грубая) дает отклонение от эталонных значений (полученных на основе КЭМ) эффективных жесткостей A_{11} , A_{12} , G_{12} на 15–22 %. Уточненные же теории, разработанные в [4, 5, 7], достаточно хорошо согласуются с результатами численного эксперимента. Исключение составляют значения G_{12} , вычисленные по моделям из [4, 5], так как дают отклонение от эталонного расчета на 10,5 и 8,8 % соответственно.

В связи с этим можно утверждать, что с численным экспериментом лучше всего согласуется структурная модель армированного грунта, предложенная в [7] (отклонение по эффективным жесткостям не превосходит 0,5 %).

Следует отметить, что структурная модель из [7], несмотря на хорошее согласование с численным экспериментом по эффективным жесткостям A_{ij} , G_{ij} , B_i (см. формулу), не позволяет определить концентрацию напряжений в компонентах геокомпозиита, так как одна из упрощающих гипотез, использованных в [7], предполагает, что НДС в пределах представительной ячейки в каждом компоненте геокомпозиита является постоянным.

Эталонные же расчеты, проведенные в рамках КЭМ, показали, что в ячейке геокомпозиита появляются подобласти с концентрацией напряжений в грунте и армирующих элементах. Однако концентрации напряжений в ячейке наблюдаются лишь в малых окрестностях точек излома траекторий армирования (см. рис. 1, б), причем эти области имеют диаметр порядка удвоенной толщины армирующих элементов ($2\delta_1$), т.е. пренебрежимо малы по сравнению с размерами ячейки. Поэтому-то допущения, принятые в [7], оказались вполне приемлемыми.

Если предполагается проведение расчетов армированного грунта не только по жесткости, но и по прочности, то знание подобластей концентрации напряжений и уровня этой концентрации в компонентах геокомпозиита становится необходимым. В этом случае структурные теории, предложенные в [3–5, 7], становятся неприемлемыми, и расчет дорожной конструкции с армированными слоями необходимо про-

водить на базе КЭМ с привлечением иерархических структурных моделей (с учетом разномасштабных уровней).

Как уже отмечалось, концентрация напряжений в компонентах геокомпозита наблюдается в окрестности точек излома траекторий армирования (см. рис. 1, б), но ячейка, изображенная на рис. 1, б, является аппроксимацией ячейки, изображенной на рис. 1, а, с гладкими траекториями армирования. (Напомним, что такая аппроксимация была предложена в [1, 3] для ячейки с объемной георешеткой Geoweb.) Естественно, при гладких структурах армирования концентрации напряжений в ячейке не будут так ярко выражены, как это имеет место при наличии излома траекторий армирования. Поэтому требуется проведение дополнительных исследований по вопросу допустимости замены ячейки, изображенной на рис. 1, а, ячейкой, изображенной на рис. 1, б. Изучение этой проблемы выходит за рамки настоящей работы.

Библиографический список

1. Матвеев С.А., Нemiровский Ю.В. Армированные дорожные конструкции: моделирование и расчет. Новосибирск: Наука, 2006. 348 с.
2. Vaziri A., Xue Z., Hutchinson J.W. Metal sandwich plates with polymer foam-filled cores // Journal of Mechanics of Materials and Structures. 2006. Vol. 1. № 1. P. 97–127.
3. Матвеев С.А., Нemiровский Ю.В. Построение расчетной модели грунта, армированного объемной георешеткой // Изв. вузов. Строительство. 2002. № 9. С. 95–101.
4. Нemiровский Ю.В., Янковский А.П. Кинематический метод определения эффективных термоупругих характеристик грунта, армированного пространственной георешеткой // Изв. вузов. Строительство. 2007. № 6. С. 18–26.
5. Нemiровский Ю.В., Янковский А.П. Статический метод определения эффективных термоупругих характеристик грунта, армированного пространственной георешеткой // Изв. вузов. Строительство. 2008. № 5. С. 8–13.
6. Кристенсен Р. Введение в механику композитов. М.: Мир, 1982. 334 с.
7. Нemiровский Ю.В., Янковский А.П. Построение определяющих уравнений просадочных и набухающих грунтов, армированных пространственной георешеткой, с учетом предварительного напряженного состояния // Изв. вузов. Строительство. 2009. № 6. С. 3–10.
8. Олегин И.П., Нигирич Ю.Б., Расторгуев С.Г. Определение эффективных характеристик композиционных материалов методом конечно-элементного моделирования // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности: Тр. XXI Всерос. конф., Кемерово, 30 июня – 2 июля 2009 г. / Под ред. В.М. Фомина. Новосибирск: Параллель, 2009. С. 183–189.

D.A. Shcherbatyuk, A.P. Yankovsky. Verification of Structural Thermo-elastic Models for Soils Reinforced with Three-dimensional Geo-lattices on the Basis of a Comparison with Numerical Simulations. We report a comparison between the effective thermo-elastic constants of soils reinforced with three-dimensional Geoweb geo-lattices evaluated with the use of different structural models and the results of reference FEM calculations. One of the used structural models proved to yielding results which better reproduce the simulated data (within 0.5-% accuracy).

Keywords: soil, reinforcement, three-dimensional geo-lattice, thermo-elasticity, structural theory, numerical experiment, finite-element modeling.

Щербатюк Денис Александрович – аспирант-стажер кафедры «Строительная механика». Область научных интересов: конечно-элементное моделирование механического поведения ячеистых структур.

Янковский Андрей Петрович – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник ИТПМ СО РАН, профессор кафедры «Строительная механика» СГУПС. Область научных интересов: механика композиционных материалов и конструкций, методы вычислений, теория оптимального и рационального проектирования. E-mail: lab4nemir@rambler.ru