

СТРОИТЕЛЬСТВО И АРХИТЕКТУРА

УДК 551.578.48

А.Г. Фомин

Поведение снега на лавиноопасном склоне

В статье рассмотрены исследования диагноза устойчивости снежной толщи с учетом ее вязкого течения на основе данных, полученных на опытных полигонах Тянь-Шаня и Горной Шории.

Ключевые слова: время релаксации, динамическая вязкость, плотность среды, температура снега, характерная скорость среды, число Рейнольдса, высота снежной толщи, крутизна склона, коэффициент устойчивости, относительная ошибка.

Разрушительная сила лавин и подобных явлений столь значительна, что это явление природы нужно поставить в один ряд с такими бедствиями, как наводнение, землетрясение и ураганы [1].

Исследование диагноза устойчивости снежной толщи с учетом ее вязкого течения проводилось на опытных полигонах Тянь-Шаня и Горной Шории.

Модель, алгоритм и программа расчета устойчивости снежной толщи с учетом ее вязкого течения проверялись на независимом материале снеголавинной станции (СЛС) «Дукант» за 1986–1990 гг.

Основными задачами данного исследования были:

а) сформулировать физическую модель толщи снежного покрова на лавиноопасном склоне;

б) построить математическую модель снежной толщи на склоне как медленного течения вязкой жидкости по наклонной плоскости и получить критерий устойчивости снега.

Решение перечисленных задач должно дать ответ на главные вопросы исследований в инженерном аспекте – оценить поведение снега на склоне.

Теоретические исследования по устойчивости снежной толщи на склоне, как правило, заканчиваются предложением некоторых критериев устойчивости. Выбор критерия зависит от моделей снега на склоне и представлений о нем. Например, снег можно представить как твердое тело или как вязкую жидкость. Эти представления являются альтернативными, в то время как поведение реального снега на склоне обладает свойствами этих двух моделей одновременно.

Причина неустойчивости снежной толщи на склоне кроется в разности скоростей дви-

жения слоев снежного пласта по высоте, так как снег течет со скоростью порядка 10^{-5} см/с [2–5].

Места зарождения, движения и остановки лавинного тела называются лавиносборами. Они расположены в труднодоступных для человека местах. Охватить наблюдениями все лавиносборы в России невозможно.

Заманчивым направлением представляется исследование снежных лавин с помощью искусственных спутников Земли (ИСЗ), но на этом пути пока больше проблем, чем перспектив. В то же время геостационарные ИСЗ представляют единственную возможность наблюдать те лавины, которые недоступны человеку, например, в совершенно необжитых районах Земли [6].

Для правильного выбора подходящей модели прежде всего необходимо верно сформулировать требования к точности решаемых задач, для всех экспериментальных данных должны быть известны ошибки наблюдений.

Физическая модель снежной толщи

Снег можно рассматривать как совокупность объединений кристаллов льда (типа зерен) в достаточно прочную конструкцию, в которой пустоты между кристаллами заполнены воздухом, парами воды и водой в жидком состоянии [7–10]. Однако такие объединения слабо связаны между собой. Эти объединения будем называть частицами снежной толщи.

Диффузия водяного пара под действием температурного градиента вызывает перераспределение материи внутри частицы снега. Как правило, такое перераспределение не нарушает скелета снежной частицы, а вызывает увеличение кристаллов льда и смещение остова частицы в сторону более теплых слоев снега [7]. Эти изменения в частице снега происходят до некоторого момента времени, после чего частица разрушается.

Предполагается, что в процессах разрушения и образования новых частиц большую роль играет квазижидкий слой воды толщиной порядка $10^{-5} \dots 10^{-6}$ см. Такой слой на поверхности кристаллов льда можно рассматривать как адсорбированную снегом воду. Пористость снега довольно значительная и для различных типов снега колеблется от 99 до 20 % от занимаемого объема [11]. Поэтому влиянием и свойствами воды в квазижидком слое пренебрегать нельзя.

Квазижидкий слой может существовать в безводной атмосфере почти до -25 °С. Свойства такого слоя существенно отличаются от свойств объемной воды. Так, вязкость квазижидкого слоя на границе с инородным телом лежит в пределах от $2,1 \cdot 10^{-3}$ Па·с при температуре -5 °С до $10^{11} \dots 10^{13}$ Па·с, где нижняя граница – это вязкость переохлажденной воды, а верхняя – вязкость льда [3].

Кроме адсорбированной воды, в порах снежного покрова может находиться вода в жидком состоянии, так как водоудерживающая способность снега достаточно велика [10].

Вязкость толщи снежного покрова в зависимости от плотности снега и температуры меняется в широких пределах: от $7,2 \cdot 10^7$ до $4,8 \cdot 10^{10}$ Па·с [12]. По-видимому, вязкость снежного покрова частично обуславливается наличием воды в жидком состоянии и квазижидким слоем, о котором говорилось выше.

Температура снега значительно изменяется по высоте толщи снежного покрова. Так, на поверхности снега она близка к температуре воздуха, а на поверхности почвы не выше нуля градусов [13]. Солнечная радиация повышает температуру снежного покрова. Значение коэффициента температуропроводности, который характеризует свойства теплоемкости снежной толщи, лежит в пределах $2 \cdot 10^{-3} \dots 6 \cdot 10^{-3}$ см²/с [14]. Разница температур у подстилающей поверхности и на поверхности снежного покрова создает температурный градиент, который оказывает существенное влияние на процессы перекристаллизации снега.

Изменение плотности снега во времени объясняется процессами возгонки кристаллов льда из-за наличия температурного градиента. Так, изменение плотности за счет мигра-

ции паров воды в течение зимнего периода составляет порядка 3 % [12]. Значения плотности снега без учета типа и состояния снега (мелкозернистый, зернистый, мокрый, сухой и т.д.) могут быть от 0,008 до 0,7 г/см³ [5].

В толще снежного покрова наблюдается волокнистость снега [5, 15]. Волокна образуются из частиц снега, расположенных перпендикулярно залеганию пласта. Волокнистое строение наблюдается во всех слоях снега и объясняется процессами перекристаллизации.

Снежный покров подвергается действию ветра, который может способствовать уплотнению верхнего слоя снега или разрушать его. Выпадение осадков может увеличивать массу снега, а испарение снега ее уменьшать. На скорость протекания этих процессов существенное влияние оказывает скорость ветра, температура и влажность воздуха, солнечная радиация [5, 15]. В результате таких воздействий снежный покров приобретает слоистую структуру.

Хорошо известно, что снежинки при снегопадах несут на себе электрический заряд. Величина заряда на единицу веса в миллиграммах лежит в пределах от $0,38 \cdot 10^{-3}$ до $0,5 \dots 0,9$ СГСЕ/мг [16]. Снежный покров должен обладать значительным зарядом электричества, так как диэлектрическая проницаемость снега колеблется от 25 до 163 единиц для различного состояния и типа снега. Значение диэлектрической проницаемости в сильной степени зависит от примесей, содержащихся в снеге и обуславливающих ионную проводимость снежного покрова [17].

Движение снега по склону под действием силы тяжести является одним из главных факторов, влияющих на устойчивость снежной толщи, а не только наличие глубинной изморози или величина сил сцепления в снежном покрове [18–20]. Скорость движения снега лежит в пределах от 1...30 мм/сут до 0,9...6 см/ч; последние значения скоростей относятся к такому движению, когда снег уже производит разрушения на своем пути [15, 21]. Необходимо отметить, что движение снежного покрова происходит неравномерно по высоте: верхние слои снега сползают быстрее, чем нижние [5]. При рассмотрении снежной толщи как непрерывно движущейся среды с различными скоростями

ми по слоям представляется маловероятным сохранение волокнистой структуры снега.

Однако хорошо известно, что снег может упруго деформировать в течение некоторого времени, после чего в нем остаются напряжения сдвига, которые затухают со временем [9, 10]. Время затухания называется временем релаксации. Для тех сред, которые ведут себя с одной стороны как вязкая жидкость, а с другой – как твердое тело, порядок величины вязкости должен совпадать с порядком произведения модуля сдвига на время релаксации [21]. Если принять модуль сдвига $\mu \sim 10^7$ Па, а характерное время релаксации для снега $\tau \sim 10^3$ с [12], то вязкость будет того же порядка, что и произведение $\mu\tau$.

По данным наблюдений за поведением снега на СЛС «Лужба» (Горная Шория) 1983–1984 гг. [22] в условиях камуфлетного взрыва сопоставление графиков скорости перемещения снежных масс на разных уровнях высоты снежного покрова свидетельствует, что даже в условиях импульсного воздействия течение снежной толщи реализуется через микроподвижки снега (на рис. 1 стрелками обозначен момент импульсного воздействия). В этом эксперименте оказалось достаточно четырех взрывов, чтобы организовать течение всей снежной толщи, подобное течению очень вязкой жидкости. Интервал времени в 45 мин, который потребовался для того, чтобы скорость верхнего якоря (зало-

женного в снежной толще) стала больше скорости нижнего, видимо, можно назвать некоторым характерным временем для движения снега при данных метеоусловиях. Можно надеяться, что это время будет сравнимо со временем релаксации всей снежной толщи при данных условиях.

Таким образом, физическая модель снежной толщи на лавиноопасном склоне может быть представлена в виде медленно движущейся многокомпонентной смеси (воздух и вода в различных фазовых состояниях) с непрерывными межфазовыми переходами, с изменяющейся в пространстве и во времени плотностью, скоростью и температурой, подвергающейся воздействию атмосферных явлений и, возможно, несущей электрический заряд, который взаимодействует с магнитным полем Земли.

Математическая модель снежной толщи

Наиболее подходящей и наиболее общей математической моделью снежной толщи будет модель вязкой сжимаемой многокомпонентной жидкости с учетом электромагнитных эффектов и фазовых переходов. Движение таких сред может быть описано системой нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных [21].

Уравнение неразрывности сохраняет свой вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho V) = 0 \quad (1)$$

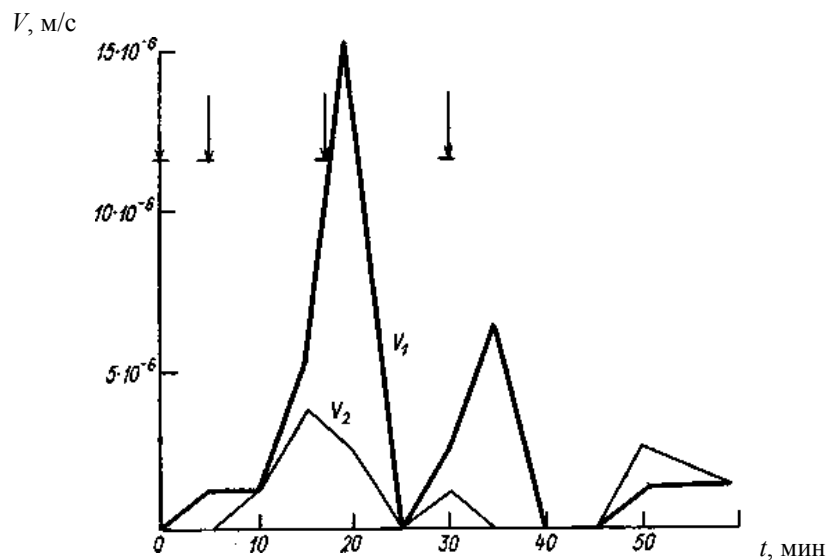


Рис. 1. Скорости перемещения снежных масс

для многокомпонентной среды, если осредненную по компонентам плотность среды ρ и вектор скорости V определить через плотность ρ_i и вектор скорости V_i каждой из компонент соотношением

$$\rho V = \sum_{i=1}^n \rho_i V_i,$$

где n – число компонент, из которых состоит данная среда.

К уравнению неразрывности нужно задать еще $(n - 1)$ уравнений (уравнения диффузии) для i -й компоненты среды

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_i V) = \rho M_i \sum_{\alpha=1}^r v_{i\alpha} \omega_{\alpha} - \operatorname{div} J_i, \quad (2)$$

где M_i – молярные массы; $v_{i\alpha}$ – стехиометрические коэффициенты; ω_{α} – доля прореагировавших масс, отнесенная к полной массе частицы в реакции с номером α ; r – число реакций, каждая из которых может влиять на изменение массы i -й компоненты; J_i – вектор потока диффузии i -й компоненты.

Если в первом приближении снег рассматривать как двухкомпонентную среду, состоящую из воздуха и воды (в различных фазовых состояниях: квазжидкий слой, гравитационная вода, пары воды, лед), то первый член справа в уравнении диффузии (2) равен нулю, так как отсутствуют химические реакции и не учитываются фазовые переходы, а вторым членом уравнения можно пренебречь в силу малого отличия скорости среды V от скорости второй компоненты (или воды в различных фазовых состояниях) V_i , так как вектор потока диффузии i -й компоненты определяется соотношением $J_i = \rho_i(V_i - V)$.

Поэтому уравнение (2) теперь можно представить в таком виде:

$$\frac{d\rho_2}{dt} + \rho_2 \operatorname{div}(V) = 0. \quad (3)$$

В первом приближении снежную толщу за определенный промежуток времени можно рассматривать как несжимаемую среду. Во всяком случае, формально можно пренебречь сжимаемостью за счет скорости данной среды, так как безразмерное число Маха [22] равно:

$$M = \frac{u}{a} \approx 5 \cdot 10^{-4} \ll 1,$$

где u – характерная скорость среды; a – скорость звука в данной среде.

Необходимые значения скорости звука в зависимости от плотности снега можно найти в работе [23]. Сжимаемостью среды за счет разности температур также можно пренебречь, так как изменение плотности снега для сформировавшегося снежного покрова, связанное с температурным эффектом, менее 3 %. Для снежной толщи из свежеснежавшего снега сжимаемостью пренебречь, разумеется, нельзя. Вопрос о том, как использовать модель несжимаемой среды для свежеснежавшего снега, будет обсуждаться ниже.

Уравнения неразрывности для среды в целом (1) и для второй компоненты (3) заменяются одним уравнением

$$\operatorname{div}(V) = 0. \quad (4)$$

Уравнение (4) является выражением закона сохранения масс для однородной сплошной среды.

На основании закона сохранения количества движения строятся уравнения Навье – Стокса. При этом допускается, что рассматриваемая среда изотропная, так как расстояния, на которых существенно изменяется скорость, велики по сравнению с длиной пробега молекул и между компонентами тензора внутренних напряжений выполняется неравенство $p_{ii} \gg p_{ij}$. Компоненты p_{ij} будут порядка величины прочности на срез для снега, а значения p_{ii} лежат между прочностью на разрыв и твердостью [12]. Далее компоненты тензора вязких напряжений линейным образом зависят от компонент тензора скоростей деформаций, а коэффициент вязкости (по условию) есть величина постоянная. Для вязкой несжимаемой жидкости уравнения Навье – Стокса имеют вид:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + (V \cdot \nabla)V = F + \frac{1}{\rho} F_e - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta V, \quad (5)$$

где t – время; ∇ – оператор Гамильтона; F – вектор пондеромоторных сил; p – давление; ν – кинематическая вязкость.

В уравнениях Навье – Стокса к массовым силам добавлены пондеромоторные силы F_e , которые учитывают действие электромагнитного поля на среду:

$$F_e = \rho_e E + \frac{1}{\rho} [I, B],$$

где E – вектор напряженности электромагнитного поля; I – вектор тока проводимости; B – вектор магнитной индукции.

Для определения вектора пондеромоторных сил к уравнениям неразрывности и движения необходимо добавить уравнения Максвелла. В системе Гаусса уравнения Максвелла имеют вид:

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} E &= -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t}, \\ \operatorname{rot} H &= \frac{4\pi}{c} I + \frac{1}{c} \frac{\partial D}{\partial t}, \\ \operatorname{div} B &= 0, \\ \operatorname{div} D &= 4\pi\rho_e,\end{aligned}$$

где c – скорость света; H – вектор напряженности магнитного поля; D – вектор электрической индукции; ρ_e – плотность электрического заряда.

Вектор тока проводимости определяется законом Ома

$$I = \sigma \left[E + \frac{1}{c} (V, H) \right] + \rho_e V, \quad (6)$$

где σ – коэффициент проводимости.

Движение снежной толщ на лавиноопасном склоне очень медленное, наибольшее значение скорости достигает $1,67 \cdot 10^{-3}$ см/с. Поэтому в уравнении (6) можно пренебречь членами, содержащими скорость, и уравнение Ома примет вид:

$$I = \sigma E, \quad (7)$$

другими словами, среда принимается неподвижной.

Для неподвижных однородных сред справедливы соотношения между вектором магнитной индукции и вектором напряженности магнитного поля

$$B = \mu H, \quad (8)$$

а также между вектором электрической индукции и вектором напряженности электрического поля

$$D = \varepsilon H, \quad (9)$$

где μ – магнитная проницаемость; ε – диэлектрическая проницаемость.

Последние величины принимаются постоянными. На основании уравнений (8) и (9) уравнения Максвелла примут вид:

$$\operatorname{rot} E = -\frac{\mu}{c} \frac{\partial H}{\partial t}, \quad (10)$$

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} H &= \frac{4\pi}{c} I, \\ \operatorname{div} H &= 0, \\ \operatorname{div}(\varepsilon E) &= 4\pi\rho_e.\end{aligned} \quad (11)$$

В уравнении (11) отсутствует член $\frac{\partial E}{\partial t}$, характеризующий ток смещения. Этим членом можно пренебречь, так как $\frac{u^2}{c^2} \ll 1$, здесь u – характерная скорость движения среды [24].

Далее, подставляя I из уравнения (7) в уравнение (11), найдем

$$E = \frac{c}{4\pi\sigma} \operatorname{rot} H. \quad (12)$$

Теперь подставим значения из (12) в (10) и, воспользовавшись соотношениями

$$\begin{aligned}\operatorname{rot}(\operatorname{rot} H) &= \nabla(\operatorname{div} H) - \Delta H, \\ \operatorname{div} H &= 0,\end{aligned}$$

получим уравнение для вектора напряженности магнитного поля

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{c^2}{4\pi\sigma\mu} \Delta H. \quad (13)$$

Если вектор рассматривать в прямоугольной системе координат xyz , то уравнение (13) распадается на три уравнения:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{c^2}{4\pi\sigma\mu} \Delta H_x, \quad (14)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{c^2}{4\pi\sigma\mu} \Delta H_y, \quad (15)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{c^2}{4\pi\sigma\mu} \Delta H_z, \quad (16)$$

где H_x , H_y , H_z – проекции вектора H на координатные оси.

Площадку на некотором участке лавиноопасного склона, где определяется устойчивость снежной толщ, будем считать плоскостью. Поэтому компоненты уравнений (14)–(16) можно найти, решая задачи для полупространства с соответствующими начальными и граничными условиями.

Отсутствие необходимых данных о начальном распределении вектора напряженности магнитного поля в толще снежного покрова вынуждает рассматривать только установившиеся, стационарные процессы. В этом случае уравнения (14)–(16) будут иметь вид:

$$\Delta H_\alpha = 0 \quad (\alpha = x, y, z). \quad (17)$$

Граничные условия для уравнения (17) требуют равенства касательных составляющих на границе раздела двух сред [25]. В первом приближении вектор напряженности поля Земли нужно принять постоянным, так как переменная часть напряженности магнитного поля имеет величину около 1 % от постоянной части напряженности магнитного поля Земли [25]. В данном случае касательная составляющая $H_{\alpha\tau} = \text{const}$ лежит в плоскости xu , которая аппроксимирует участок лавиноопасного склона в зоне отрыва лавин, причем ось x направлена вниз по склону.

Ограниченное решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа (17) в полупространстве при граничном условии

$$H_{\alpha/s} = H_{\alpha\tau} = \text{const} \quad (\alpha = x, y, z)$$

существует единственно и имеет вид:

$$H(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \iint_{z=0} H_{\alpha\tau} \frac{\partial r}{\partial n} ds \quad (\alpha = x, y, z),$$

где s – граница раздела двух сред; α – крутизна склона; $r = [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2]^{1/2}$; n – вектор нормали.

В силу того факта, что $H_{\alpha\tau} = \text{const}$ и

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial r}{\partial n} dx dy = 2\pi,$$

получим $H_\alpha = H_{\alpha\tau} = \text{const} \quad (\alpha = x, y, z)$.

Следовательно, вектор напряженности магнитного поля в рамках сделанных предположений есть величина постоянная: $H = \text{const}$.

Теперь из уравнений (12) и (7) следует, что при принятых допущениях вектор ponderomotive сил $F_e = 0$.

Дальнейшее упрощение уравнений Навье – Стокса следует из сравнения конвективного члена $(V \cdot \nabla)V$ с членом, содержащим вязкость $\nu \Delta V$. Отношение первого ко второму по порядку величин даст число Рейнольдса [21], равное:

$$Re = \frac{uh}{\nu} = \frac{\rho uh}{\eta},$$

где h – высота снежного покрова; η – динамическая вязкость.

Для медленно сползающего снега на лавиноопасном склоне $Re \sim 5 \cdot 10^{-10}$.

Таким образом, конвективным членом в уравнениях (5) можно пренебречь, и тогда уравнения Навье – Стокса примут вид:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = F + \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta V.$$

Закон сохранения количества движения для данной модели выполняется автоматически, так как тензор внутренних напряжений симметричен [26], т.е. $p_{ij} = p_{ji}$ для всех сред, движения которых подчиняются уравнению

$$\frac{dV}{dt} = F + \frac{1}{\rho} \text{div } p_{ij}.$$

Закон сохранения энергии в виде уравнения теплопроводности для вязкой несжимаемой жидкости [23] имеет вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + V \nabla T = \chi \Delta T + \frac{\nu}{2C_p} \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \frac{\partial V_k}{\partial x_i} \right) \quad (18)$$

$$(i, k = 1, 2, 3),$$

где T – абсолютная температура; χ – коэффициент температуропроводности; C_p – теплоемкость при постоянном давлении.

При выводе уравнения (18) предполагается, что распространение тепла в среде подчиняется закону Фурье

$$Q = \alpha \nabla T,$$

а движение среды подчиняется уравнению Навье – Стокса.

Здесь Q – вектор потока тепла; α – коэффициент теплопроводности, который связан с χ формулой $\chi = \alpha / (\rho C_p)$.

Для равномерно нагретой среды можно определить порядок времени t , в течение которого происходит выравнивание температуры:

$$t \approx \frac{l^2}{\chi},$$

где l – характерный размер данной среды.

Так, для снежного покрова высотой $h \sim 100$ см при $\chi \sim 10^{-2}$ см/с порядок времени выравнивания температуры $t \sim 10^6$ с $\approx 2,8 \cdot 10$ ч. Как и следовало ожидать, тепло в снежной толще распространяется очень медленно.

После выполненных упрощений получим уравнения неразрывности и движения для снежной толщи:

$$\text{div}(V) = 0, \quad (19)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = F + \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta V. \quad (20)$$

Считая зону отрыва на некотором участке плоскостью, направим ось x декартовой системы координат вниз по склону; ось y лежит в плоскости склона, а ось z направлена вверх, перпендикулярно плоскости склона.

Рассмотрим частный случай, когда $V_y = 0$ и $V_z = 0$, тогда из уравнения неразрывности (19) следует, что $V_x = V_x(y, z, t)$, т.е. не зависит от x . Сделаем допущение, что все процессы в снежной толще зоны отрыва существенно зависят от координаты z и времени t . Следовательно,

$$V_x = u(z, t). \quad (21)$$

Так как движение снежного покрова на склоне вызвано силами тяжести, то при сделанных допущениях вектор массовых сил в прямоугольной системе координат будет иметь вид:

$$F\{g \sin \alpha, 0, -g \cos \alpha\},$$

где g – ускорение свободного падения; α – угол наклона плоскости, которая аппроксимирует некоторый участок лавиноопасного склона в зоне зарождения лавин, к горизонту.

Теперь уравнение (20) в нашей системе координат запишутся как

$$\frac{\partial u}{\partial t} = g \sin \alpha - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad (22)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad (23)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \cos \alpha. \quad (24)$$

Из уравнений (23) и (24) найдем

$$p(x, z, t) = \varphi(x, t) - z \rho g \cos \alpha. \quad (25)$$

В уравнении (22) из правой части перенесем член, зависящий от скорости, в левую часть

$$\frac{\partial u}{\partial t} - v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = g \sin \alpha - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (26)$$

Левая часть уравнения (26) зависит только от z и t на основании выражения (21), а правая – только от x и t на основании уравнения (25), следовательно, левая и правая части уравнения могут быть только функцией t . Таким образом,

$$\frac{\partial u}{\partial t} - v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = f(t),$$

$$g \sin \alpha - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = f(t). \quad (27)$$

Из уравнений (25) и (27) следует

$$p = x \rho [g \sin \alpha - f(t)] - z \rho g \cos \alpha + C. \quad (28)$$

Константу C в уравнении (28) определим из условия

$$p_{zz} = -p + 2\eta \frac{\partial V_z}{\partial z} = -p_0,$$

где p_0 – давление на свободной поверхности снежного покрова.

В этом случае

$$p = p_0 + \rho g \cos \alpha (h - z),$$

следовательно, $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$.

Теперь уравнение движения (22) примет вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + g \sin \alpha. \quad (29)$$

Одним из граничных условий для уравнения (29) будет

$$u(0, t) = 0, \quad (30)$$

потому что снежная толща на склоне рассматривается как вязкая жидкость. Второе граничное условие вытекает из требования

$$p_{zx} = \eta \left(\frac{\partial V_z}{\partial x} + \frac{\partial V_x}{\partial z} \right) = \eta \frac{\partial u}{\partial z} = 0$$

на свободной поверхности при $z = h$, т.е.

$$\frac{\partial u}{\partial z}(h, t) = 0. \quad (31)$$

В качестве начального условия можно выбрать функцию, которая удовлетворяет граничным условиям:

$$u(z, 0) = az(2h - z), \quad (32)$$

где a – численный коэффициент, который можно определить экспериментально из наблюдений за скоростью течения снежной толщи при $z = h$.

Таким образом, уравнение (29) с граничными условиями (30) и (31) и начальным условием (32) есть смешанная задача для уравнения параболического типа, решение которой единственно и ограничено в области $[0, h] \times [0, T]$ для любого $T \geq 0$ [26].

Решение поставленной задачи может быть получено операционным методом [7]. Решение нестационарной задачи тогда запишется как

$$u(z, t) = \frac{2h^2(2av - g \sin \alpha)}{\pi^3 v} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n-1/2)} \cos \left[\left(n - \frac{1}{2} \right) \frac{\pi(h-z)}{h} \right] \left\{ 1 - \exp \left[- \left(n - \frac{1}{2} \right) \frac{2\pi^2 vt}{h^2} \right] \right\} + az(2h-z). \quad (33)$$

Проверкой можно убедиться, что решение (33) удовлетворяет уравнению (29), начальному условию (32) и граничным условиям (30), (31) [28]. При этом нужно воспользоваться суммой ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \cos \left[(2n-1) \frac{\pi(h-z)}{2h} \right] = \frac{\pi}{4}. \quad (34)$$

Далее можно показать, что при $t \rightarrow \infty$

$$u(z) = \frac{gz(2h-z) \sin \alpha}{2v},$$

что совпадает с решением стационарной задачи.

Коэффициент устойчивости снежной толщи

В рамках сделанных выше допущений поведение снежной толщи на склоне можно представить как течение вязкой жидкости по наклонной плоскости, зависящее от времени и высоты снега.

Кратко напомним классическую схему расчета устойчивости, при которой движение разлагается на основное и то возмущение, которое на него накладывается. Основное течение рассматривается как стационарное, возмущенное – переменное во времени, при этом предполагается, что скорости и давления наложенного возмущенного движения малы по сравнению с этими параметрами основного течения [29].

Такой метод исследования устойчивости течения называется методом малых колебаний, когда допускаются только такие возмущения, которые совместимы с уравнениями Навье – Стокса. Рассматривается двумерное несжимаемое основное течение и двумерное возмущенное движение.

Исследование устойчивости состоит в том, чтобы установить, затухает или нарастает со временем возмущающее движение для заданного основного течения. Для возмущающего движения вводится функция тока $\Psi(x, z, t)$ в предположении, что для отдельного возмущающего колебания функцию тока можно принять в виде:

$$\Psi(x, z, t) = \varphi(z) \exp[i(\alpha x - \beta t)],$$

где $\varphi = \varphi_k + i\varphi_i$ – комплексная амплитуда, а любое возмущающее движение можно разложить в ряд Фурье.

Здесь α – вещественная величина, связанная с длиной волны возмущения λ соотношением $\lambda = 2\pi/\alpha$; β – комплексная величина, представленная в виде $\beta = \beta_r + i\beta_i$, где β_r – круговая частота отдельного колебания; β_i – коэффициент нарастания, который указывает, затухает или нарастает колебание.

Если $\beta_i < 0$, то колебание затухает и течение устойчиво; если $\beta_i > 0$, то течение неустойчиво. Вместо величин α и β вводится иное соотношение $c = \beta/\alpha = c_r + ic_i$, где c_r – скорость распространения волны в направлении оси z . Величина c_i вновь указывает на затухание или нарастание колебания: при $c_i < 0$ происходит затухание, а при $c_i > 0$ имеет место нарастание.

Исследование устойчивости сводится к задаче на собственные значения обыкновенного дифференциального уравнения четвертого порядка для амплитуды $\varphi(z)$ возмущающего движения с соответствующими граничными условиями [29]. Основное течение $u(z)$ должно быть задано. Это уравнение содержит четыре параметра: Re – число Рейнольдса, α , c_k и c_i . Решение уравнения при заданном α и Re дает собственную функцию $\varphi(z)$ и комплексное собственное значение c , где знак величины c_i определяет либо нарастание ($c_i > 0$), либо затухание ($c_i < 0$) возмущающего движения, а при $c_i = 0$ определяется предельный случай нейтральных возмущений.

Воспользуемся наглядным представлением нейтральной кривой, отделяющей область устойчивого течения от неустойчивого ($c_i = 0$), изображенным на рис. 16.8 в монографии Г. Шлихтинга [29] (рис. 2). В плоскости с координатами α и Re определяются точки, где $c_i = 0$. Подобный график дает возможность определить точку с наименьшим значением Re по касательной, параллельной оси α . Это значение называется теоретическим критическим числом Рейнольдса, а также пределом устойчивости.

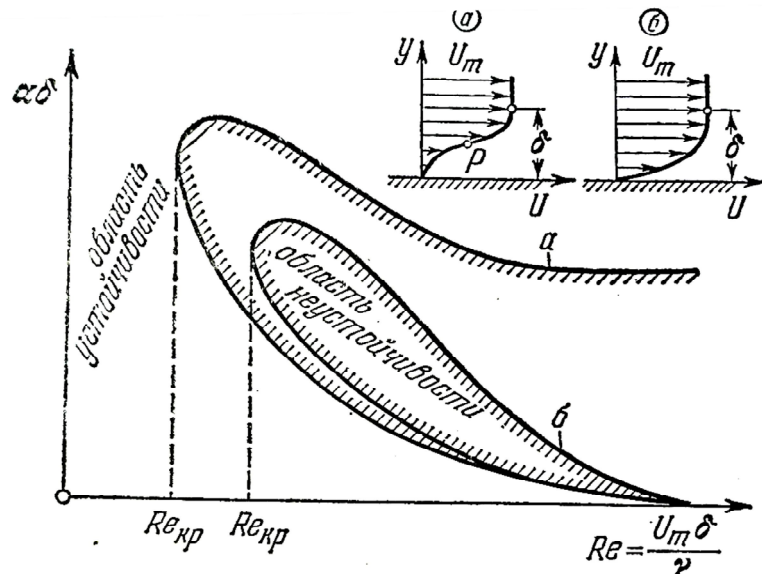


Рис. 2. Нейтральные кривые для плоского пограничного слоя при двумерных возмущениях: *a* – «невязкая» неустойчивость; *b* – «вязкая» неустойчивость

Строго говоря, мы не можем прямо использовать классическую схему расчета устойчивости, так как точно не знаем закона течения снежной толщи на склоне. Для нас важно, что должно существовать наименьшее критическое число $Re_{кр}$, ниже которого возмущения с любой амплитудой будут затухать, а при значениях выше него могут существовать возмущения с определенной длиной волны, которые нарастают.

Снежную толщу на склоне можно рассматривать как сплошную среду, ибо нас интересует переход из устойчивого состояния в неустойчивое всей снежной толщи. Сплошную среду можно рассматривать как жидкость, если период воздействия приложенных сил больше, чем время релаксации для данной среды. Трудно сказать что-либо определенное обо всех силах, действующих на снег лавиноопасного склона, но время воздействия силы ускорения свободного падения (силы тяжести) всегда больше времени релаксации.

Течение реального снега на склоне наблюдается в виде микроподвижек, неравномерно распределенных во времени, по высоте и в плане относительно поверхности склона. Это объясняется его строением, представляющим собой гетерогенную смесь кристаллов льда, квазизжидкого слоя, гравитационной воды, паров воды и воздуха. Кристаллы льда и вода в различных фазовых состояниях образуют довольно прочные объединения типа зерен, ко-

торые со временем разрушаются и образуются вновь. Связь между зернами невелика, что и обуславливает микроподвижки [7, 3].

В масштабе высоты снежной толщи нижние слои снега имеют меньшую скорость течения, чем верхние [5]. Профиль скорости течения относительно нормали к поверхности склона может быть вогнутым или размытым в нижней части, около подстилающей поверхности за счет значительных микроподвижек. Если для последнего случая построить огибающую кривую профиля скорости в сторону больших значений, то получим выпуклый профиль, который качественно похож на график скорости течения вязкой жидкости по наклонной плоскости. Разумно ориентироваться на худший случай и принять характер течения снега на склоне как медленное течение очень вязкой жидкости.

Определяющими параметрами в этом случае следует считать плотность ρ , высоту снега h и скорость u . Скорость u , как средняя скорость течения вязкой жидкости по наклонной плоскости [30], будет функцией от динамической вязкости η , угла наклона плоскости склона к горизонту α , ρ , h и ускорения свободного падения g . Здесь η отражает влияние температурного поля снежной толщи как однородной сплошной среды.

Температурные колебания воздуха малого периода оказывают влияние только на самые верхние слои снежного пласта, а самые

нижние слои реагируют на температурные колебания только подстилающей поверхности, поэтому средняя часть снежной толщи находится почти в стационарных условиях и можно говорить о саморазвитии протекающих там процессов [31]. Вероятнее всего, на эту среднюю часть наибольшее влияние оказывают температурные колебания, период которых сравним со временем прохождения тепловой волны через всю толщу снега (при метровой высоте снега этот период будет составлять несколько суток [32]).

Если к системе размерных определяющих параметров добавить время t , то легко увидеть, что поведение снежной толщи на склоне будет определяться четырьмя безразмерными параметрами: α , $Re = \rho h u / \eta$, $Fr = u / (gh)^{1/2}$, $Sh = h / ut$. Оценивая по порядку величин числа Рейнольдса, Фруда и Струхала (при $h \sim 1$ м, $\rho \sim 100$ кг/м³, $u \sim 10^{-7}$ м/с, $\eta \sim 10^7$ Па·с, $g \sim 10$ м/с², $t \sim 10^6$ с), можно показать, что влияние нестационарности процессов существенно для снега, так как $Sh \sim 10$. Число Fr примерно равно 10^{-7} , что говорит о важности силы ускорения свободного падения для наших исследований. В определяющие параметры не вошло давление внутри снежной толщи (число Эйлера осталось неопределенным), так как нет экспериментальных данных о давлении в толще снежного ненарушенного покрова (когда нет снегоудерживающих заборов или других искусственных сооружений) [33].

Наибольшим количеством параметров, определяющих характер сползания снега по склону, обладает число $Re \sim 10^{-12}$, которое показывает, что силы вязкости здесь играют решающую роль, а вязкость существенно зависит от интервала температур снежной толщи [12] (имеется в виду температура на подстилающей и дневной поверхности снега).

Это число по своей природе выражает отношение среды к возмущениям, которые накладываются на основное течение [30]. Если состояние движущейся среды таково, что возмущения некоторых длин волн не затухают со временем, то среда находится в критическом состоянии, а это состояние фиксируется критическим числом Рейнольдса $Re_{кр}$. Когда поведение снежной толщи на склоне достигнет своего критического состояния, то

любое, самое незначительное возмущение приводит к подвижке снежной толщи. Можно предположить, что подвижка почти мгновенно изменяет состояние снежной толщи и первоначальная сплошность пласта снега нарушается.

Известны случаи, когда подвижка снежного пласта на склоне приводила к стабилизации снега. Подобные ситуации наблюдаются и во время импульсных воздействий на снежную толщу.

Математическая модель медленного сползания снега по склону может быть представлена уравнениями для течения вязкой несжимаемой жидкости по наклонной плоскости. Они справедливы для сформировавшегося снежного покрова, толща которого находится в тепловом равновесии с окружающей средой (в отличие от свежесвыпавшего снега).

Характерное время для перехода свежесвыпавшего снега в сформировавшийся снежный покров определяется выражением $t = h^2 / \chi$, где h – высота свежесвыпавшего снега; χ – коэффициент температуропроводности. Это время следует отсчитывать от момента конца снегопада [33].

Рассматривая движение толщи снежного покрова на лавиноопасном склоне как течение вязкой жидкости, приходим к критерию устойчивости, который известен как число Рейнольдса [21, 30] $Re = \rho h u / \eta$, где ρ , l , u , η – характерные значения плотности, линейных размеров, скорости и динамической вязкости движущейся среды. Течение среды будет неустойчивым по отношению к возмущениям, если число Рейнольдса $Re \geq Re_{кр}$. Ограничимся низкочастотными возмущениями, так как при высокочастотных воздействиях снег ведет себя как аморфное твердое тело, по аналогии с очень вязкими жидкостями [21].

Для каждого лавиносбора должен быть свой спектр значений $Re_{кр}$, не исключено, что каждая лавина имеет собственное критическое число. Значения Re должны быть определены экспериментально или в результате обработки достаточно многочисленных и представительных натурных наблюдений, например, по данным шурфований и описания лавин для зоны интересующего участка

лавинобора. Для целей практики представляет особый интерес только наименьшее значение $Re_{кр}$. Покажем теперь, как можно использовать решение стационарной задачи для течения вязкой жидкости по наклонной плоскости под действием силы ускорения свободного падения с углом наклона α .

Решение этой задачи для определения давления p и скорости u как функции z хорошо известно [21, 30]:

$$\begin{aligned} p &= p_0 + \rho g (h - z) \cos \alpha, \\ u &= \rho g z (2h - z) \sin \alpha / 2\eta, \\ u_{cp} &= \rho g h^2 \sin \alpha / 3\eta, \end{aligned} \quad (35)$$

где p_0 – давление на свободной поверхности жидкости; ρ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения; h – высота жидкости по оси z (ось z перпендикулярна плоскости, по которой течет жидкость); η – динамическая вязкость; u_{cp} – средняя скорость течения жидкости.

Для вопросов устойчивости снежной толщи на лавиноопасном склоне можно воспользоваться решением этой задачи в том случае, если плотность ρ , высота h и динамическая вязкость η принимаются постоянными. Такое допущение вполне оправданно, если измерения указанных параметров производятся дистанционно, с помощью автоматических приборов в любое время и в любом лавиноборе.

За характерную плотность снежной толщи примем средневзвешенную плотность, которую вычислим по формуле

$$\rho = \sum_{i=1}^n \rho_i h_i / h,$$

где n – число слоев снега с разной плотностью в снежном покрове; ρ_i – плотность i -го слоя; h_i – высота i -го слоя.

Характерную плотность можно определять по данным шурфований около зоны отрыва лавин или дистанционно, с помощью телеметрической системы ТМ-910 «Лавина» (теперь – КТС «РУТА»).

Характерную скорость течения снежной толщи определим по формуле (35), при этом значение коэффициента вязкости для приближенных расчетов возьмем из табл. 29 работы [12]. Далее вычисляем число Рейнольдса по формуле $Re = \rho h u_{cp} / \eta$ и сравниваем с $Re_{кр}$, которое должно быть известно.

Теоретически, если коэффициент устойчивости $K > 1$, то течение снежной толщи на склоне устойчивое, а при $K \leq 1$ – неустойчивое. Однако наши измерения параметров, которые составляют число Рейнольдса, имеют погрешности. И следовательно, критерий устойчивости тоже будет определяться с ошибкой. Далее следует найти относительную ошибку в определении K , равную: $\delta K = \delta(Re_k/Re)$, где $Re_k = \rho_k h_k u_k / \eta_k$; $Re = \rho h u / \eta$. Здесь ρ_k – средняя плотность снежной толщи; h_k – высота снежной толщи; $u_k = \rho g h^2 \sin \alpha / 3\eta$ – средняя скорость течения снежной толщи; $\eta_k = 3,6 \cdot 10^7 \exp(C_p)$ – динамическая вязкость; $C = 17,0$; $C_p = 21,2$ – эмпирический коэффициент, зависящий от температуры снежной толщи [12].

Выразим K как функцию двух переменных (которые определяются с ошибкой в процессе измерений) – плотности и высоты снега:

$$K = \frac{\rho_k^2 h_k^3 \exp[2(C_p - C_{p_k})]}{\rho^2 h^3}. \quad (36)$$

Относительную ошибку коэффициента устойчивости определим как ошибку функции многих переменных [34]:

$$\delta u = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial}{\partial x_i} \ln u \right| |x_i| \delta_i,$$

где n – число переменных; x_i – значение аргумента; δ_i – относительная ошибка аргумента.

Следуя этому выражению, найдем предельную относительную ошибку коэффициента устойчивости

$$\delta K = 2 \left| \frac{1}{\rho_k} + C - C_k - \frac{1}{\rho} \right| P \delta P + 3 \left| \frac{1}{h_k} - \frac{1}{h} \right| H \delta H,$$

где $P = \max\{\rho_k, \rho\}$; $H = \max\{h_k, h\}$.

Но так как $\delta \rho_k = \delta$ и $\delta h_k = h$, то при $\rho_k \approx \rho$ получим

$$\delta K = 2|C - C_k| \rho \delta \rho + 3|1 - h/h| \delta h.$$

Для оценки точности сделаем допущение, что $|1 - h_k/h| \leq 1$, тогда $\delta K = 2|C - C_k| \rho \delta \rho + 3\delta h$. При $\rho = 0,3$ г/см (размерность в системе СГС, так как эмпирический коэффициент определялся именно в этой системе единиц [12]); $|C - C_k| = 4,2$; $\delta \rho = 0,1$; $\delta h = 0,01$ получим оценку предельной ошибки $\delta K = 0,28$.

Учитывая, что предельная ошибка дает завышенную в два-три раза оценку по срав-

нению со среднеквадратической ошибкой [35], то в практических расчетах можно принять за относительную среднеквадратическую ошибку $mK/K = \delta K/2$.

Нас очень интересует пороговое значение $K = 1$, отделяющее устойчивое течение от неустойчивого. Его истинное значение, с учетом среднеквадратических ошибок, лежит в полуинтервале $(0,85; 1,15]$. Поэтому применительно к оценке устойчивости снега на склоне следует считать, что при $K \leq 0,85$ течение снежной толщи неустойчиво по отношению к возмущениям некоторых длин волн, при $K > 1,15$ течение устойчиво по отношению к любым возмущениям, а при $0,85 < K \leq 1,15$ имеет место область неопределенности.

С инженерных позиций значения коэффициента устойчивости из области неопределенности безопаснее отнести к области неустойчивого течения снега. Таким образом, за пороговое значение коэффициента устойчивости следует принять $K = 1,15$.

Предлагаемая методика оценки устойчивости снега на склоне такова:

1) в каждом лавиноопасном районе (например, район СЛС) для занумерованных лавиносборов (или для отдельных участков лавиносбора, если площадь очень большая) по данным о сходах лавин определяются критические числа Рейнольдса $Re_{кр}$;

2) далее определяется текущее число Рейнольдса Re (желательно использовать автоматические дистанционные приборы с требуемой периодичностью);

3) вычисляется коэффициент устойчивости K (все вычисления для удобства и оперативности следует вести с помощью ПК), и сотрудниками противолавинной службы принимается решение об объявлении лавинной опасности. Информацию о необходимых величинах и комментарии к ним выдает ПК в соответствии с программой расчета устойчивости течения снежной толщи.

Напомним, что прогноз схода лавин – это предсказание периода лавинной опасности, экстраполяция наших представлений о развитии снежной толщи по объективным данным в определенный момент времени на некоторый период времени вперед [36]. Однако объек-

тивные данные о состоянии снежной толщи в данный момент времени (т.е. диагноз) можно получать только формализованными методами. Учитывая, что объективные данные можно получать дистанционными методами в любом лавиносборе и в любой момент времени, то с этих позиций прогноз представляется как тенденция развития снежной толщи в сторону устойчивости или неустойчивости.

Несколько раз подчеркивалось, что с позиций вязкого течения при устойчивом состоянии возмущения любые длины волн будут затухать со временем, а при неустойчивом – только некоторые. В этом плане представляется важным иметь возможность контролировать низкочастотные колебания (порядка десятков герц) снежной толщи дистанционными методами (так как при высоких частотах снег ведет себя как твердое тело) только в период неустойчивого течения снежной толщи и фиксации момента схода лавин. Иначе говоря, нужен *мониторинг диагноза снежной толщи*.

Подчеркнем, что алгоритм устойчивости определяет только устойчивое состояние снежной толщи в момент установления диагноза. Более того, устойчивое состояние снежной толщи отражает такую степень устойчивости, при которой любые возмущения и даже активные воздействия на снег не могут вызвать сход лавин.

Исходя из факта существования предела устойчивости (в наших условиях оценкой этого предела служит $K = 1,15$), устойчивость для всех значений $K > 1,15$ можно назвать *абсолютной* (или *запредельной*).

При неустойчивом состоянии снега лавины могут как сходить, так и не сходить. Это объясняется тем, что область неустойчивости фактически состоит из трех областей: области собственно неустойчивости, области неопределенности и области устойчивости, которую можно назвать *допредельной*. Эта допредельная устойчивость существенно зависит от степени возмущенности снежной толщи и в зависимости от изменения возмущенности может со временем переходить в область неустойчивости и обратно в область устойчивости, что наблюдается при активных воздействиях в лавиносборах и что совершенно невозможно

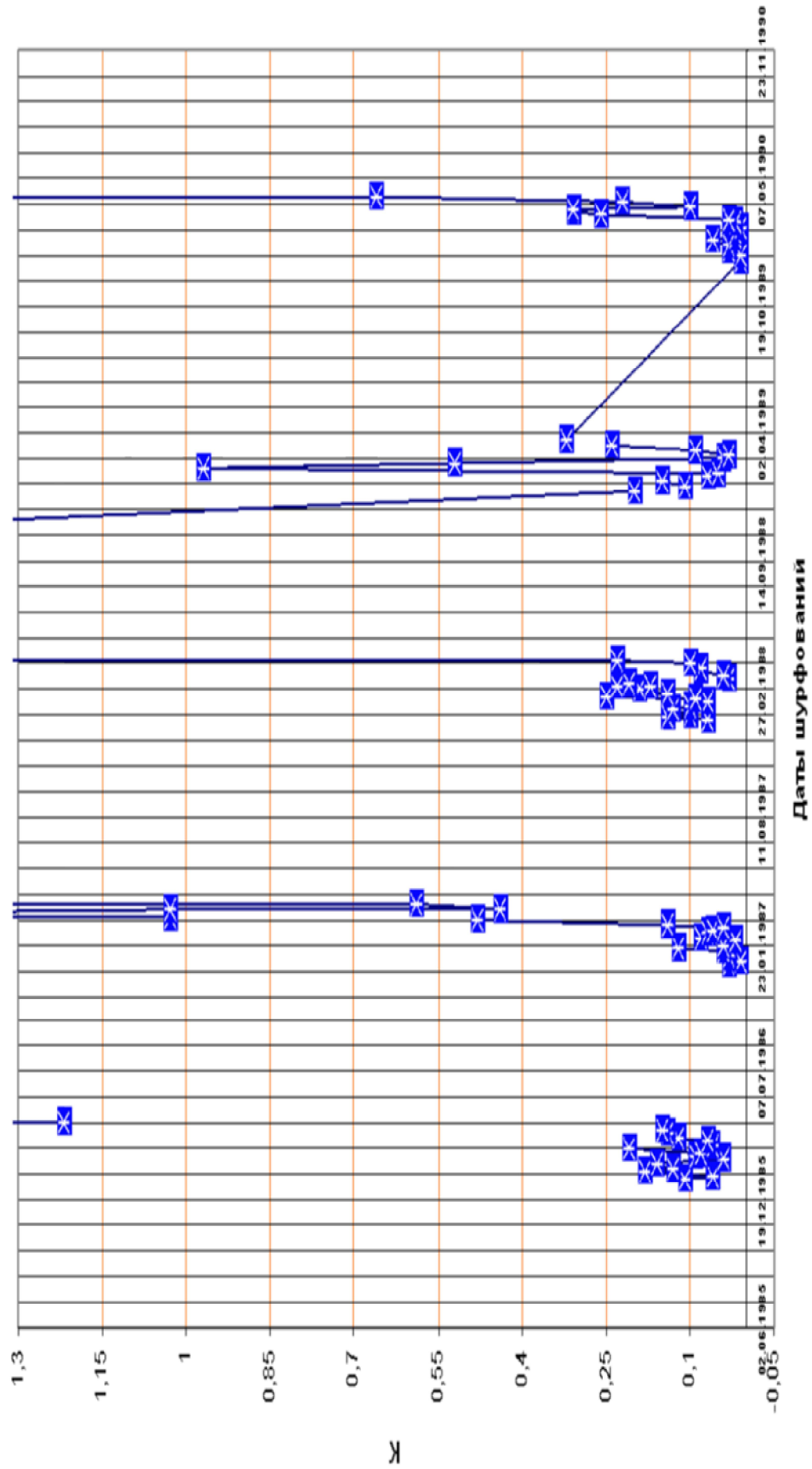


Рис. 3. График коэффициента устойчивости K

для устойчивости абсолютной, однако эти три области нельзя разделить.

Проверка алгоритма и программы устойчивости снежной толщи осуществлялась на материале СЛС «Дукант». По данным этой станции за 1975–1985 гг. было зарегистрировано 262 случая схода лавин из 43 лавиносборов, за которыми велись наблюдения [37].

Наиболее представительная статистика для лавиносбора № 1 при определении минимального критического числа Рейнольдса – 42 случая.

В результате авторской проверки алгоритма и программы расчета устойчивости снежной толщи не было установлено отрицательного результата за 1986–1989 гг., однако в зимний сезон 1989–1990 гг. были зафикси-

рованы два случая отрицательного результата (23 и 24 апреля 1990 г. указан сход лавин при $K = 4,12$ и $K = 7,01$, что соответствует диагнозу устойчивого состояния снежной толщи).

Приведенный график (рис. 3) отражает динамику коэффициента устойчивости за весь период проверки метода по данным СЛС «Дукант» [37].

Дальнейшее приложение этот метод получил в рекомендациях по устранению лавинной опасности на перегоне Малиновка – Осман железной дороги Новокузнецк – Таштагол, где 2 февраля 1999 г. сошла лавина, в очередной раз напомнив о необходимости вести регулярные наблюдения за состоянием снежного покрова на склоне и делать прогнозные оценки его устойчивости [36].

Библиографический список

1. Отыотер М. Охотники за лавинами. М.: Мир, 1972. 270 с.
2. Sihvola A., Tiuri M. Snow Fork for Field Determination of the Density and Wetness Profiles of a Snow Pack // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 1986. Vol. 24. № 5. P. 717–721.
3. Ушакова Л.А., Квливидзе В.И., Склянкин А.А. Поверхностные свойства снега и процесс метаморфизма // Итоги науки: Гидрология суши, гляциология. М.: ВИНТИ, 1968. С. 9–41.
4. Yoshida Z. Ice and snow. Properties. Processes and Applications. Massachusetts, 1963.
5. Анисимов М.И. Снег и снежные обвалы. М.: Изд-во АН СССР, 1958. 99 с.
6. Дзюба В.В., Черепанов Л.В. Возможности использования спутниковой информации для построения универсальных эмпирических методик прогноза лавинных периодов // МГИ. 1985. Вып. 53. С. 150–155.
7. Иосида З. Физические свойства снега // Лед и снег: Свойства, процессы, использование / Пер. с англ. М.: Мир, 1966. С. 376–423.
8. Москалев Ю.Д. Возникновение и движение лавин. Л.: Гидрометеиздат, 1966. 152 с.
9. Войтковский К.Ф. Механические свойства снега. М.: Наука, 1977. 126 с.
10. Божинский А.Н., Лосев К.С. Основы лавиноведения. Л.: Гидрометеиздат, 1987. 280 с.
11. Фляйг В. Внимание лавины / Пер. с нем. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1960. 224 с.
12. Куваева Г.М., Сулаквелидзе Г.К., Читадзе В.С., Чоторлишвили Л.С., Эльмесов А.М. Физические свойства снежного покрова Большого Кавказа // Результаты исследований по программе МГТ. 1967. № 17. С. 1–194.
13. Лосев К.С. По следам лавин. Л.: Гидрометеиздат, 1983. 136 с.
14. Долов М.А. Расчет коэффициента температуропроводности и потока тепла снежного покрова // Труды ВГИ. 1967. Вып. 12. С. 7–8.
15. Тушинский Г.К. Защита автомобильных дорог от лавин. М.: Автотрансиздат, 1960. 151 с.
16. Дюнин А.К. Механика метелей. Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1963. 380 с.
17. Иосида З. и др. Диэлектрические свойства снега // Мат-лы науч.-исслед. ин-та низких температур / Пер. Всесоюз. торг. палаты № 47624/4. 1958. № 14. М., 1962.
18. Аккуратов В.Н. Прогноз наступления лавинной опасности по величине метелевого переноса и температурного сжатия снега // Вопросы использования снега и борьбы со снежными заносами и лавинами. М.: Изд-во АН СССР, 1956. С. 167–183.
19. Божинский А.Н. Критерии обрушения снежных лавин // Итоги науки: Гидрология суши, гляциология. М.: ВИНТИ. 1968. С. 42–59.
20. Красносельский Э.Б. Некоторые условия формирования и обрушения перекристаллизационных лавин. Ташкент, 1965. 17 с.
21. Ландау Л.Д. и Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1954. 796 с.

22. Фомин А.Г., Димов Ю.И. Управление поведением снега на склоне // Тр. II Всесоюз. совещания по лавинам, Янгибад, май 1985 г. Л.: Гидрометеиздат, 1987. С. 304–311.
23. Шурова И.Е. Механизм взаимодействия движущейся снежной массы с неподвижным препятствием // Итоги науки: Гидрология суши, гляциология. М.: ВИНТИ. 1968. С. 98–116.
24. Шерклиф Дж. Курс магнитной гидродинамики. М.: Мир, 1967. 320 с.
25. Яновский Б.М. Земной магнетизм. Л.: Изд-во ЛГУ, 1978. 592 с.
26. Кочин Н.Е. Векторное исчисление и начало тензорного исчисления. М.: Изд-во АН СССР, 1961. 426 с.
27. Ладыженская О.А., Солонников В.А., Уралцева Н.К. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. М.: Наука, 1967. 736 с.
28. Градштейн И.С. и Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., 1962. 1 108 с.
29. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969. 742 с.
30. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. В 2 ч. Ч. II. М., 1963. 728 с.
31. Коломыц Э.Г. Структура и режим снежной толщи западносибирской тайги. Л.: Наука, 1971. 176 с.
32. Фомин А.Г. Модель снежного покрова // Труды НИИЖТа. Новосибирск, 1970. Вып. 115. С. 107–114.
33. Фомин А.Г. О теоретических моделях снега и лавин // Труды НИИЖТа. Новосибирск, 1977. Вып. 184. С. 57–67.
34. Демидович В.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. М., 1960. 660 с.
35. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. М., 1962. 464 с.
36. Гляциологический словарь / Под ред. В.М. Котлякова. Л.: Гидрометеиздат, 1984. 528 с.
37. Фомин А.Г. Испытания расчета устойчивости снежной толщи с учетом ее вязкого течения // Труды ЗапСибНИГМИ. М.: Гидрометеиздат, 1995. Вып. 101. С. 127–140.
38. Матвиенко В.С., Фомин А.Г. Практический метод расчета устойчивости снежной толщи с учетом ее вязкого течения // Повышение работоспособности железных и автомобильных дорог: Межвуз. сб. науч. тр. Новосибирск, 2001. С. 45–53.

A. Fomin

The behaviour of snow on an avalanche slope

Abstract. The diagnostic testing of the stability of a snow cover, under the consideration of its viscous flow, based on the data, obtained in the experimental fields of the Tien Shan and Shoria Mountains is suggested.

Key words: *relaxation period; dynamic viscosity; density of environment; temperature of snow; typical speed of environment; Reynolds number; height of snow cover; grade of slope; stability coefficient; relative error.*

Фомин Алексей Георгиевич – кандидат технических наук, доцент кафедры «Инженерная геодезия» СГУПС.