

СТРОИТЕЛЬСТВО И АРХИТЕКТУРА

УДК 539.3

А.П. Шабанов, М.М. Шакиртов

О влиянии коэффициента асимметрии цикла внешней нагрузки на характеристики цикла нагружения материала, расположенного в окрестности вершины трещиновидного дефекта

Рассматривается связь коэффициента асимметрии внешней нагрузки, действующей на конструкцию, и характеристики цикла, которым нагружен материал образца в области, примыкающей к вершине трещиновидного дефекта.

Развитие усталостной трещины определяется характеристиками цикла нагружения. Предел выносливости материала существенно зависит от коэффициента асимметрии внешней нагрузки: при симметричном цикле он значительно ниже, чем при пульсирующем (при одинаковых амплитудных напряжениях). Усталостные явления определяются напряженно-деформированным состоянием в окрестности вершины выреза, где материал также испытывает циклическое нагружение со стороны окружающего материала, работающего упруго.

Исследуется циклическое нагружение плоского образца, выполненного из циклически упрочняющегося материала и имеющего центральный трещиновидный вырез. Рассматриваются циклы внешней нагрузки с коэффициентами асимметрии от 0 до 0,9. Задача решается методом конечных элементов в двумерной постановке для случая плоского напряженного состояния. Проведена верификация используемой конечно-элементной модели. Подтверждено, что созданная модель трещиновидного дефекта позволяет производить упругопластические расчеты с достаточной точностью.

Для циклов с различными значениями коэффициентов асимметрии зафиксированы напряжения в вершине трещиновидного дефекта при максимальных и минимальных уровнях внешней нагрузки. Отслежено изменение напряженного состояния при вершине в процессе наработки циклов внешней нагрузки. Установлено принципиальное изменение характера циклических напряжений в области при вершине трещиновидного дефекта вследствие наступления обратной пластичности.

Определено, что при любом коэффициенте асимметрии внешней нагрузки в материале, примыкающем к вершине трещиновидного дефекта, реализуется симметричный цикл нагружения с возрастающей от цикла к циклу амплитудой. Скорость нарастания амплитуды тем меньше, чем ближе значение коэффициента асимметрии внешней нагрузки к единице. При его значении, близком к единице, обратная пластичность исчезает и при вершине реализуется несимметричный цикл с постоянной амплитудой.

Ключевые слова: *трещиновидный дефект, циклическое нагружение, коэффициент асимметрии, пластическая зона, концентрации напряжений.*

Известно, что развитие усталостной трещины (а значит, и долговечность инженерных сооружений) во многом зависит от характеристик цикла нагружения [1]. В частности, предел выносливости материала существенно зависит от коэффициента асимметрии внешней нагрузки. Эмпирически установлено, что предел выносливости при симметричном цикле внешней нагрузки значительно меньше предела выносливости при пульсирующем цикле. Следовательно, и скорость роста усталостной трещины (при одном и том же значении максимального напряжения цикла нагружения образца) при симметричном цикле нагружения будет выше, чем при пульсирующем.

Усталостная трещина, возникшая в процессе циклического нагружения образца, может быть рассмотрена как острый дефект, в вершине которого реализуется упругопластическое деформирование материала [2]. Важно,

что при этом зона упругопластического деформирования занимает лишь незначительную область около вершины дефекта, в то время как практически вся конструкция деформируется упруго [3, 4]. Форма пластической зоны, возникшей в области, примыкающей к вершине усталостной трещины, распределение напряжений и деформаций внутри нее во многом определяют скорость роста [5–7] и направление развития [8] такой трещины. Очевидно, что при циклическом нагружении образца материал зоны пластического деформирования также испытывает циклическое нагружение. В литературе [9, 10] описан анализ изменения напряженно-деформированного состояния вблизи кругового отверстия и глубокой выточки в пластинке, подверженной циклическому упругопластическому нагруже-

нию симметричным циклом растяжения-сжатия. В этих исследованиях напряженно-деформированное состояние фиксировалось в момент достижения внешней нагрузкой максимального растягивающего значения. Показано, что в результате такого нагружения происходит значительное изменение напряженного состояния на продолжении концентратора. Напряжения на контуре дефекта могут увеличиваться при многократном циклировании на 40–100 %. Однако в этих работах не приводится исследований острых дефектов типа трещин: определения напряжений при минимальных значениях внешней нагрузки, влияния коэффициента асимметрии внешней нагрузки на напряженно-деформированное состояние областей, примыкающих к вершинам концентраторов.

В настоящей статье анализируется связь характеристик цикла внешней нагрузки и цикла нагружения области, примыкающей к вершине усталостного дефекта.

Расчетная модель. Задача решалась численно, с использованием метода конечных элементов. Рассматривалось осевое растяжение прямоугольной пластинки размерами 100×200 мм. Пластина располагает центральным разрезом, ориентированным вдоль длинной стороны. Размеры разреза: длина $2l = 100$ мм, ширина $0,2$ мм. Концы разреза очерчены по окружности радиусом $\rho = 0,1$ мм. Нагружение осуществлялось вдоль длинной стороны нагрузкой, приложенной перпендикулярно направлению разреза. Так как эта пластина имеет две оси симметрии, расчетная модель представляет собой четверть пластины с опиранием, как показано на рис. 1.

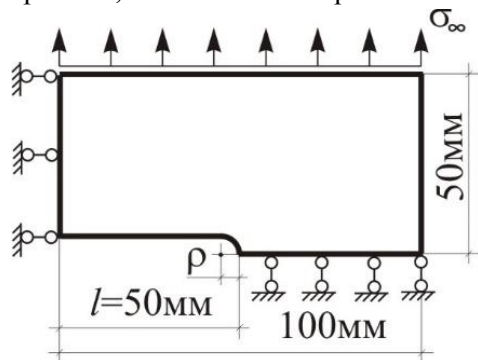


Рис. 1. Расчетная схема пластинки

Материал пластинки имеет модуль продольной упругости $E = 200$ ГПа; коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$; условный предел текучести $\sigma_{0,2} = 355$ МПа; диаграмма растяжения материала аппроксимируется билинейной функцией, тангенциальный модуль текучести $E_T = 1\,540$ МПа. Задача решалась с учетом появления больших деформаций. Предполагалось, что пластинка находится в условиях плоского напряженного состояния. Материал пластины подчиняется изотропному упрочнению, тем самым учтено такое его свойство, как циклическое упрочнение [3, 4].

Образец нагружается циклически меняющейся нагрузкой. Было рассмотрено шесть вариантов нагружения: минимальные напряжения цикла $\sigma_{\min}$ для них принимались равными 0, 20, 40, 60, 80, 90 МПа, а максимальные напряжения $\sigma_{\max}$ неизменны и равны 100 МПа для всех вариантов. Таким образом, исследовалось нагружение образца циклами, имеющими коэффициенты асимметрии $r = 0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 0,9$.

Необходимость исследования области образца, непосредственно примыкающей к вершине трещиновидного дефекта, с радиусом весьма малым по отношению к габаритным размерам образца, диктует особый алгоритм построения конечно-элементной модели: в разных областях пластинки размеры конечного элемента должны существенно отличаться друг от друга, уменьшаясь к вершине дефекта. Для этого был использован принцип вложенных областей: линейные размеры конечного элемента в соседних областях различались в 2–4 раза [11] (рис. 2).

Оценка достоверности расчетов. Специфическое построение конечно-элементной модели с существенным сгущением сетки перед вершиной трещиновидного разреза, необходимость решения нелинейной задачи – вычисление упругопластических напряжений с учетом появления больших деформаций – требуют особого подхода к оценке достоверности полученных результатов. Для этого используется известное соотношение, полученное Нейбером [12]:

$$k_e^2 = k_\sigma k_\varepsilon, \quad (1)$$

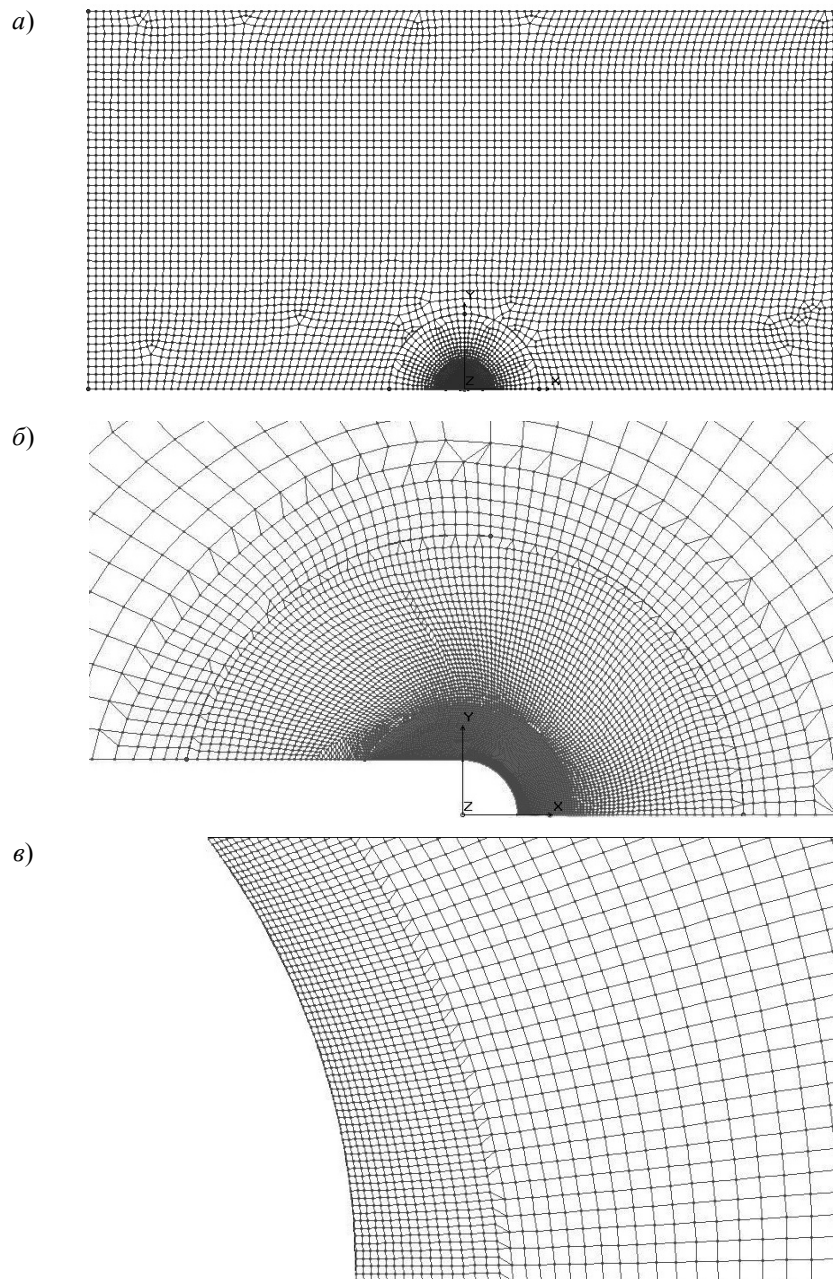


Рис. 2. Вид конечно-элементной модели:

a – общий вид; *б* – увеличенная область, примыкающая к вершине разреза; *в* – область, расположенная непосредственно перед вершиной разреза

где $k_e = \frac{\sigma_e}{\sigma_{nom}}$ – коэффициент концентрации напряжений в предположении, что материал образца деформируется линейно; $k_\sigma = \frac{\sigma}{\sigma_{nom}}$ и

$k_\epsilon = \frac{\epsilon}{\epsilon_{nom}}$ – коэффициенты концентрации для напряжений σ и деформаций ϵ соответственно, если материал деформируется нелинейно (неупруго); σ_e – напряжения, рассчитанные в вершине концентратора в предпо-

ложении, что материал образца подчиняется закону Гука во всем диапазоне нагрузок вплоть до разрушения; σ_{nom} , ϵ_{nom} – средние напряжения и деформации соответственно, действующие в ослабленном сечении образца.

Заметим, что в рассматриваемом случае в этом сечении с учетом ослабления $\sigma_{nom} = 2 \cdot 100 = 200$ МПа. То есть уровень внешней нагрузки таков, что номинальные напряжения меньше предела текучести, следовательно, $\sigma_{nom} = E \epsilon_{nom}$.

Выразив коэффициенты концентрации через напряжения и деформации, перепишем соотношение (1) в следующем виде:

$$\left(\frac{\sigma_e}{\sigma_{\text{ном}}} \right)^2 = \frac{\sigma}{\sigma_{\text{ном}}} \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{\text{ном}}} = \frac{\sigma}{\sigma_{\text{ном}}} \frac{E\varepsilon}{\sigma_{\text{ном}}},$$

откуда

$$\sigma_e = \sqrt{E\sigma\varepsilon}. \quad (2)$$

Равенство (2) позволяет оценить точность численного расчета упругопластической задачи с концентраторами напряжений. Левая часть – это упругие напряжения, которые могут быть получены с использованием известных соотношений, например формулы Нейбера [13]

$$\sigma_e = k_e \sigma_{\text{ном}} = \left(1 + 2\sqrt{\frac{l}{\rho}} \right) \sigma_{\text{ном}}.$$

Для рассматриваемой задачи

$$\sigma_e = 200 \left(1 + 2\sqrt{\frac{50}{0,1}} \right) = 9144 \text{ МПа}.$$

Правую часть равенства (2) просчитаем, используя данные численного расчета упругопластической задачи. В конце первого полуцикла первого цикла нагружения, когда уровень внешней нагрузки на образец достиг максимального значения, для модели, представленной на рис. 1, численно были просчитаны величины напряжений и деформаций в точке модели, совпадаю-

щей с вершиной трещиновидного дефекта: $\sigma = 1049 \text{ МПа}$, $\varepsilon = 0,44$. Тогда

$$\sqrt{E\sigma\varepsilon} = \sqrt{2 \cdot 10^5 \cdot 1049 \cdot 0,44} = 9608 \text{ МПа}.$$

Сравнивая результаты численного и теоретического расчетов, получаем погрешность:

$$\left| \frac{9144 - 9608}{9144} \right| \cdot 100\% = 5,07\%.$$

Такая погрешность для упругопластического расчета считается удовлетворительной.

Результаты расчетов. В процессе численной реализации нагружения прямоугольной пластинки, имеющей центральный трещиновидный разрез, в вершине дефекта для циклов внешней нагрузки, имеющих разный коэффициент асимметрии r , были определены напряжения σ_y , действующие вдоль направления действия нагрузки (таблица).

Было просчитано девять циклов. В таблице приведены значения напряжений σ_y в конце каждого полуцикла нагружения: в моменты, когда внешняя нагрузка достигала максимального значения $\sigma_{\text{max}} = 100 \text{ МПа}$ и шести минимальных значений $\sigma_{\text{min}} = 0, 20, 40, 60, 80$ и 90 МПа , что соответствует значениям коэффициентов асимметрии $r = 0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8$ и $0,9$. Если для любого расчета, например для внешней нагрузки с коэффициентом асимметрии $r = 0,4$, построить график изменения экстремальных значений

Результаты расчетов*

Номер цикла	Значения напряжений σ_y , МПа, при коэффициентах асимметрии r					
	0	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9
1	1 040	1 050	1 050	1 040	1 040	1 050
	-1 190	-1 140	-1 090	-1 050	-517	265
2	1 290	1 210	1 130	1 070	1 020	1 030
	-1 390	-1 270	-1 170	-1 070	-527	260
3	1 490	1 330	1 200	1 090	1 040	1 040
	-1 570	-1 390	-1 240	-1 090	-529	259
4	1 660	1 450	1 270	1 110	1 030	1 040
	-1 740	-1 500	-1 300	-1 110	-530	259
5	1 820	1 550	1 327	1 130	1 030	1 040
	-1 890	-1 600	-1 360	-1 130	-530	259
6	1 970	1 650	1 380	1 140	1 030	1 040
	-2 030	-1 690	-1 410	-1 150	-530	259
7	2 100	1 740	1 430	1 160	1 030	1 040
	-2 160	-1 780	-1 460	-1 170	-530	259
8	2 230	1 820	1 480	1 180	1 030	1 040
	-2 280	-1 860	-1 500	-1 190	-530	259
9	2 340	1 900	1 520	1 200	1 030	1 040
	-2 390	-1 930	-1 550	-1 200	-530	259

* В таблице для каждого цикла нагружения и каждого значения коэффициента асимметрии представлены значения напряжений в вершине разреза в момент времени, когда уровень внешней нагрузки достигает максимального и минимального значений.

напряжений σ_y на каждом цикле нагружения, то получаем зависимость, представленную на рис. 3. Отчетливо видно, что в вершине трещиновидного дефекта реализуется знакопеременный цикл нагружения с нарастающей от цикла к циклу амплитудой. Обратим внимание на еще один интересный факт. Если на графике, представленном на рис. 3, отложить абсолютные значения напряжений σ_y , рассчитанные в точках минимума и максимума, то все они будут располагаться на пунктирной линии (линии экстремумов).

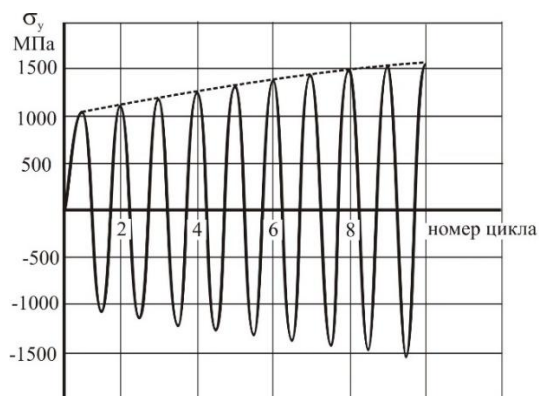


Рис. 3. Изменение напряжений в области, примыкающей к вершине трещиновидного дефекта, при циклическом нагружении образца ($r = 0,4$)

Следовательно, можно утверждать, что рассматриваемый цикл нагружения является симметричным. Заметим, что при этом цикл внешней нагрузки является знакопостоянным и изменяется по закону $\sigma_{\max} = 100$ МПа, а $\sigma_{\min} = 40$ МПа.

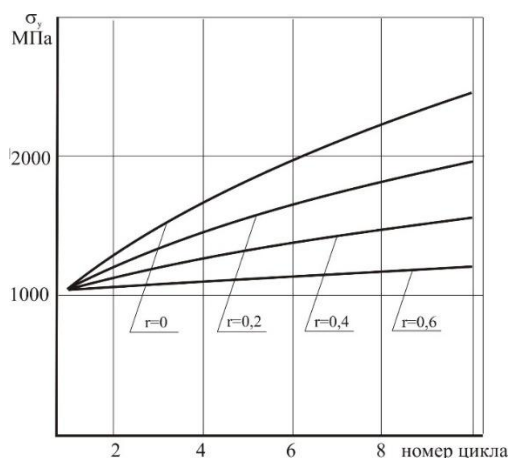


Рис. 4. Линии экстремумов напряжений σ_y , рассчитанных для разных значений коэффициента асимметрии внешней нагрузки

Тот же характер цикла нагружения в области, примыкающей к вершине трещиновидного дефекта, будет наблюдаться и для вариантов внешних циклов нагружения с коэффициентами асимметрии $r = 0; 0,2; 0,6$. Во всех случаях реализуется симметричный цикл с нарастающей амплитудой. Только скорость нарастания амплитуды будет разная. Чем больше значение коэффициента асимметрии, тем с меньшей скоростью будет происходить этот процесс. На рис. 4 представлены линии экстремумов для циклов нагружения с $r = 0; 0,2; 0,4; 0,6$.

Интересно, что если внешняя нагрузка имеет коэффициент асимметрии $r = 0,8; 0,9$, то характер циклических напряжений в области, примыкающей к вершине трещиновидного дефекта, существенно изменяется (рис. 5, 6).

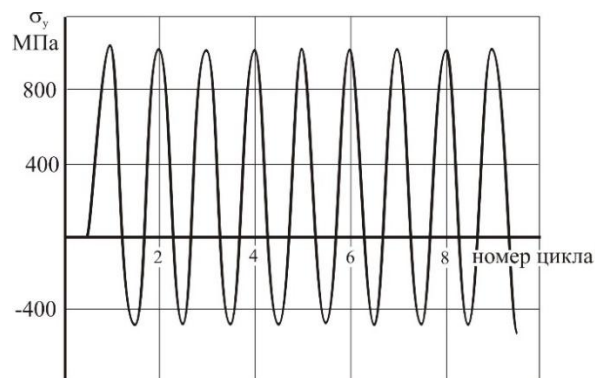


Рис. 5. Изменение напряжений в области, примыкающей к вершине трещиновидного дефекта, при циклическом нагружении образца ($r = 0,8$)

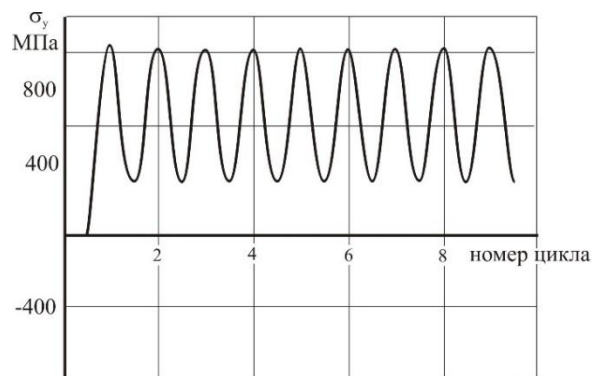


Рис. 6. Изменение напряжений в области, примыкающей к вершине трещиновидного дефекта, при циклическом нагружении образца ($r = 0,9$)

Цикл нагружения в материале, примыкающем к вершине дефекта, уже несимметричный с постоянной амплитудой. При $r = 0,9$ этот

цикл является знакопостоянным. Эти факты можно объяснить тем обстоятельством, что предлагаемые параметры внешней нагрузки исключают обратную пластичность материала при разгрузке. Начиная со второго цикла, весь материал пластинки деформируется упруго.

Выводы

1. При любом коэффициенте асимметрии внешней нагрузки, действующей на пластинку с трещиновидным дефектом, в материале, примыкающем к вершине дефекта, реализуется симметричный цикл нагружения с возрастающей от цикла к циклу амплитудой. Заметим, что такие же эффекты наблюдаются и в случае численного расчета, если пластинка

нагружается пульсирующими сжимающими напряжениями [14, 15], что объясняет данные экспериментов о росте усталостных трещин в поле внешних сжимающих напряжений [16, 17].

2. Скорость нарастания амплитуды тем меньше, чем ближе значение коэффициента внешней нагрузки к единице. При некотором значении коэффициента асимметрии, достаточно близком к единице, в процессе разгрузки образца в любой его точке исчезает обратная пластичность. Весь материал деформируется упруго, в материале, примыкающем к вершине трещиновидного дефекта, реализуется несимметричный цикл с постоянной амплитудой.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 16-08-00483.

Библиографический список

1. Троценко В.Т., Сосновский Л.А. Сопротивление усталости металлов и сплавов: Справ. Киев, 1987. 1242 с.
2. Партон В.З., Морозов Е.М. Механика упругопластического разрушения. М., 1974. 416 с.
3. Коцаньда С. Усталостное растрескивание металлов. М., 1990. 623 с.
4. Головин С.А., Пушкар А. Микропластичность и усталость металлов. М., 1980. 240 с.
5. Голуб В.П., Плащинская А.В. О влиянии концевой пластической зоны на рост усталостных трещин в изотропных пластинках при одноосном растяжении-сжатии // Теоретическая и прикладная механика. 2003. Вып. 38. С. 91–96.
6. A numerical study of plasticity induced crack closure under plane strain conditions / F.V. Antunes, F.G. Chegini, R. Branco, D. Camas // International Journal of Fatigue. 2015. № 71. P. 75–86.
7. Шабанов А.П. Возможная модель развития усталостной трещины в упрочняющихся материалах // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2010. № 5. С. 40–47.
8. Crack paths under mixed mode loading / J.R. Yates, M. Zanganeh, R.A. Tomlinson, M.W. Brown, F.A. Garrido // Engineering Fracture Mechanics. 2008. № 75. P. 319–330.
9. Москвитин В.В. Пластичность при переменных нагружениях. М., 1965. 263 с.
10. Кишкин Б.П. Конструкционная прочность материалов. М., 1976. 184 с.
11. Шакиртов М.М., Шабанов А.П., Корнев В.М. Построение диаграмм разрушения для пластин с трещиновидным дефектом на основе необходимых и достаточных критериев // Прикладная механика и техническая физика. 2013. Т. 54. № 2. С. 163–170.
12. Нейбер Г. Теория концентрации напряжений в призматических стержнях, работающих в условиях сдвига, для любого нелинейного закона, связывающего напряжения и деформации // Механика: Сб. переводов. 1961. № 4. С. 117–130.
13. Нейбер Г. Концентрация напряжений. М.; Л.: Гос. изд-во технико-теорет. лит., 1947. 204 с.
14. Кутовой В.П., Шабанов А.П., Шакиртов М.М. Исследование напряженно-деформированного состояния вершины усталостной трещины в головке рельса // Известия Транссиба. 2013. № 1 (13). С. 89–94.
15. Шабанов А.П. О механизме роста усталостной трещины в поле внешних сжимающих напряжений // Прикладная механика и техническая физика. 2005. Т. 46. № 6. С. 108–115.
16. Тихомиров В.М., Суровин П.Г. Развитие усталостных трещин смешанного типа в образцах из стали // Прикладная механика и техническая физика. 2004. Т. 45. № 1. С. 135–142.
17. Шабанов А.П. О формировании усталостных трещин в образцах, помещенных в поле внешних сжимающих напряжений // Вестник Сибирского государственного университета путей сообщения. Новосибирск: Изд-во СГУПС, 2005. Вып. 12. С. 42–46.

A.P. Shabanov, M.M. Shakirtov

Impact of the Coefficient of External-Loading-Cycle Asymmetry on the Loading-Cycle Characteristics of the Material at the Apex of a Crack-Like Cut

Abstract. The relation between the cycle asymmetry coefficient of an external load acting on a structure and the characteristics of the loading cycle acting on the material at the apex of a crack-like cut is analyzed.

The development of fatigue cracks is defined by loading-cycle characteristics. The fatigue strength of the material depends on the coefficient of external-loading-cycle asymmetry. Symmetrical loading cycle produces much lower fatigue strength than the pulsating loading cycle does. Fatigue process is determined by the stress-strain state of the material at the tip of the cut, where the material also experiences a cyclic loading from the side of the surrounding elastically working material.

In the present study, a cyclic loading of a flat specimen with a central crack-like cut was examined. The specimen was prepared from a cyclically hardening material. External-load cycles with asymmetry coefficients ranging from 0 to 0.9 were analyzed. The problem was solved by the finite element method in two-dimensional formulation, with the specimen being subjected to planar stress conditions. Initially, the finite element model was verified analytically. It was proved that the model allowed non-linear static simulations to be performed with a sufficient accuracy.

For cycles with different values of asymmetry coefficient, the stress values at the tip of the cut were tracked throughout the loading history. It was found that the stress-state evolution process exhibited radical changes if reverse plasticity took place at the tip of the crack-like cut.

It was found that at any value of the external-load asymmetry coefficient, a symmetrical loading cycle was observed at the tip of the crack-like cut, with the amplitude of this cycle increasing from cycle to cycle. Moreover, the closer the external-loading asymmetry coefficient value approached unity, the smaller the rate of growth of the loading-cycle amplitude became. With the value of the asymmetry coefficient closely approaching unity, the reverse plasticity vanished, and the material in the vicinity of the tip experienced an asymmetrical loading cycle with fixed amplitude.

Key words: *crack-like cut; cyclic loading; asymmetry coefficient; plastic zone; stress concentration.*

Шабанов Александр Петрович – кандидат технических наук, доцент кафедры «Строительная механика» СГУПС. E-mail: shabanov@211.ru

Шакиртов Максим Маратович – аспирант кафедры «Строительная механика» СГУПС. E-mail: Legion-mpf@yandex.ru