

**Использование вероятностных методов для вычисления
нормативной надежности по трещиностойкости железобетонных
изгибаемых элементов**

Поступила	01.11.2017
Рецензирование	29.12.2017
Принята к печати	15.01.2018

Эксплуатация железобетонных конструкций часто осуществляется при наличии в них трещин (нормальных и/или наклонных). Сам факт наличия трещин еще не говорит об аварийности конструкций, но расчет по образованию трещин является обязательным при проектировании железобетонных конструкций. Современные достижения в области расчетов конструкций и изучения работы материалов позволяют максимально точно выполнить расчет такого типа. Но вместе с тем существует ряд нерешенных вопросов, касающихся данного расчета. Одним из них является вопрос о том, какова должна быть оптимальная разница между усилием, при котором образуется трещина, и усилием от внешней нагрузки. Использование метода предельных состояний не позволяет ответить на него. Возможно, данный вопрос может быть решен с использованием вероятностных и энергетических методов расчета, в этом случае ответом будет служить не разница, а оптимальная вероятность того, что трещина не образуется. Оптимальную вероятность в данном случае можно принять за нормативную (или за нормативную надежность по трещиностойкости).

В статье предлагается способ вычисления данной нормативной надежности. Вычисление основано на использовании вероятностно-оптимизационного метода с учетом изменений состояния железобетонных конструкций и внешней нагрузки во времени. При решении рассмотрены основные положения расчета на образование только нормальных трещин в железобетонных изгибаемых элементах с применением методов теории надежности.

Ключевые слова: железобетонные конструкции, вероятностные методы расчета, надежность строительных конструкций, расчет на образование трещин.

Образование и развитие трещин может оказать существенное влияние на долговечность железобетонных конструкций. Согласно [1] все железобетонные конструкции подразделяются на конструкции, в которых образование трещин недопустимо, и те конструкции, в которых допускается образование трещин, но ширина их раскрытия ограничивается.

Расчет железобетонных конструкций по образованию трещин производится в соответствии с действующими нормами. Случайная природа факторов, определяющих трещиностойкость, позволяет использовать вероятностные методы расчета [2].

Вероятность того, что за время t трещины не возникнут, можно представить в следующем виде:

$$P(F_{тр}(t) > F(t)) \geq P_n, \quad (1)$$

где $F_{тр}(t)$ – усилие, при котором образуются трещины в момент времени t ; $F(t)$ – усилие от внешней нагрузки в момент времени t ; P_n –

нормативное значение вероятности (нормативная надежность по трещиностойкости).

Развитие вероятностного метода расчета и изучение работы бетона и железобетона позволяют определить левую часть неравенства (1). Что касается нормативного значения, то вопрос о его численном значении не имеет окончательного решения.

Существует ряд предложений, согласно которым требуемый уровень вероятности безотказной работы при расчете по пригодности к нормальной эксплуатации находится в пределах от 0,9 до 0,999 [3–6]. Конкретное значение, как правило, назначается интуитивно, на основании опыта эксплуатации и проектирования конструкций. Это не совсем корректно, так как любое значение должно иметь обоснование.

Обоснование нормативного значения вероятности в неравенстве (1) играет особую важную роль для железобетонных конструкций, в которых не допускается образование трещин. Значение нормативной вероятности может суще-

ственно повлиять на ход проектирования конструкции. Это влияние, прежде всего, заключается в возможной корректировке размеров поперечного сечения и армирования. Для тех конструкций, в которых допускается образование трещин, значение P_n не играет никакой роли.

Для определения значения нормативной надежности предлагается использовать вероятностно-оптимизационный метод, по аналогии с определением нормативной надежности по несущей способности. Данный метод удобно применять в связи с возникающими экономическими последствиями отказов. Неэкономические (социальные) потери здесь, как правило, не возникают.

Определение значения нормативной надежности по трещиностойкости проводится путем минимизации целевой функции [7]:

$$C = C_0 + Q_f C_f = C_0 + (1 - P_f) C_f \rightarrow \min, \quad (2)$$

где C – целевая функция; C_0 – начальная стоимость конструкции; Q_f – вероятность отказа конструкции; C_f – экономические потери, возникающие в случае возникновения отказа; P_f – вероятность безотказной работы конструкции.

В выражении (2) за отказ принимается событие, способствующее появлению трещин.

Решение заключается в многократном вычислении целевой функции с последующим выбором минимального значения. Значение вероятности безотказной работы конструкции, при которой целевая функция будет иметь минимум, является оптимальным и принимается за нормативное.

Вероятность безотказной работы определяется при помощи одного из существующих методов [8], например метода моментов через индекс надежности:

$$\gamma = \frac{\bar{M}_{crc} - \bar{M}_{BH}}{\sqrt{S_{crc}^2 + S_{BH}^2}}, \quad (3)$$

где $\bar{M}_{crc}$ – среднее значение момента трещинообразования; $\bar{M}_{BH}$ – среднее значение момента от внешней нагрузки; S_{crc} , S_{BH} – средние квадратические отклонения момента трещинообразования и момента от внешней нагрузки соответственно.

Среднее значение момента трещинообразования определяется по формуле

$$\bar{M}_{crc} = 1,3 \bar{R}_{bt} \bar{W}_{red} + \bar{P} \left(\bar{e}_{0p} + \frac{\bar{W}_{red}}{\bar{A}_{red}} \right), \quad (4)$$

где $\bar{M}_{crc}$ – среднее значение прочности бетона на растяжение; $\bar{R}_{bt}$ – среднее значение упругого момента сопротивления приведенного сечения; $\bar{P}$ – среднее значение усилия предварительного напряжения; $\bar{W}_{red}$ – среднее значение упругого момента сопротивления приведенного сечения; $\bar{e}_{0p}$ – среднее значение эксцентриситета усилия $\bar{P}$ относительно центра тяжести приведенного поперечного сечения; $\bar{A}_{red}$ – среднее значение площади приведенного сечения.

Среднее значение момента от внешней нагрузки и средние квадратические отклонения определяются в соответствии с правилами строительной механики и теории вероятностей [8].

Отдельные параметры железобетонной конструкции (например, прочность бетона и усилие предварительного напряжения) не остаются постоянными, а меняют свои значения в течение времени. То же самое происходит и с внешней нагрузкой. Учет фактора времени дает возможность более объективно подойти к оценке нормативной надежности. В связи с этим формулы (3) и (4) примут следующий вид:

$$\gamma = \frac{\bar{M}_{crc}(t) - \bar{M}_{BH}(t)}{\sqrt{S_{crc}^2 + S_{BH}^2}}, \quad (5)$$

$$\bar{M}_{crc}(t) = 1,3 \bar{R}_{bt}(t) \bar{W}_{red} + \bar{P}(t) \left(\bar{e}_{0p} + \frac{\bar{W}_{red}}{\bar{A}_{red}} \right), \quad (6)$$

где $\bar{M}_{crc}(t)$ – среднее значение момента трещинообразования в момент времени t ; $\bar{M}_{BH}(t)$ – среднее значение момента трещинообразования от внешней нагрузки в момент времени t ; $\bar{R}_{bt}(t)$ – среднее значение прочности бетона на растяжение в момент времени t ; $\bar{P}(t)$ – среднее значение усилия предварительного напряжения в момент времени t .

Изменчивость прочности бетона и усилия предварительного напряжения учитывается в соответствии с рекомендациями [9].

Средняя прочность бетона на растяжение в момент времени t

$$\bar{R}_{bt}(t) = \frac{0,23\sqrt[3]{(0,72B(t))^2}}{1 - \chi v}; \quad (7)$$

$$B(t) = \left[1 + \frac{23}{55 + B} \frac{t - 28}{t + 11} \right] B,$$

где $B(t)$ – кубиковая прочность бетона на сжатие в момент времени t ; $\chi = 1,64$ – число средних квадратических отклонений, устанавливающее обеспеченность прочности бетона 95 %; $v = 0,165$ – коэффициент вариации прочности бетона на растяжение; B – класс бетона на сжатие.

Усилие предварительного напряжения

$$\bar{P}(t) = (\bar{\sigma}_{sp} - \bar{\sigma}_1 - \bar{\sigma}_{yc}(t) - \bar{\sigma}_n(t)) \bar{A}_{sp}, \quad (8)$$

где $\bar{\sigma}_{sp}$ – среднее значение предварительного напряжения; $\bar{\sigma}_1$ – среднее значение всех потерь предварительного напряжения (кроме потерь, возникающих вследствие усадки и ползучести бетона); $\bar{\sigma}_{yc}(t)$ – среднее значение потери предварительного напряжения вследствие усадки бетона; $\bar{\sigma}_n(t)$ – среднее значение потери предварительного напряжения вследствие ползучести бетона; $\bar{A}_{sp}$ – среднее значение площади предварительно напряженной арматуры.

Средние значения потерь предварительного напряжения вследствие усадки и ползучести бетона определяются в соответствии с [9].

Изменение нагрузки во времени происходит в соответствии с описывающим ее законом.

При многократном вычислении в выражении (2) меняются два параметра: первоначальная стоимость и вероятность отказа (или безотказной работы). Эти параметры связаны друг с другом: изменение одного влечет изменение другого. Изменение достигается варьированием геометрических размеров поперечного сечения и прочности материалов (бетона и арматуры). Но расчет на трещиностойкость выполняется уже после окончания расчета по несущей способности, когда окончательно назначены размеры сечения конструкции, класс бетона и класс арматуры. В таком случае в распоряжении проектировщика практически не остается никаких параметров для варьирования. Одним из вариантов выхода из

сложившейся ситуации является варьирование площади предварительно напряженной арматуры. Ее изменение влечет за собой изменение первоначальной стоимости и среднего момента трещинообразования, а следовательно и вероятности отказа (или безотказной работы). Таким образом, для минимизации функции (2) предлагается варьировать один параметр конструкции – значение площади предварительно напряженной арматуры.

Первоначальная стоимость конструкции определяется на основании соответствующих экономических расчетов.

Экономические потери, возникающие в случае возникновения отказа, зависят от конкретной ситуации. Они могут включать в себя: затраты на ремонт, демонтаж конструкции, компенсацию ущерба, нанесенного собственности, потери, связанные с падением деловой активности, и т. д.

Рассмотрим пример вычисления нормативной надежности по трещиностойкости.

Дана железобетонная балка покрытия прямоугольного поперечного сечения (рис. 1). Средние значения высоты (h) и ширины (b) балки составляют соответственно 40 и 25 см (коэффициенты вариации приняты равными 0,01). Пролет балки 4 м, шаг 3 м. Класс бетона В15, класс продольной арматуры А800 (коэффициент вариации прочности бетона на сжатие принят 0,135, на растяжение для бетона – 0,165, для арматуры – 0,05). Нагрузки, действующие на балку, приведены в табл. 1.

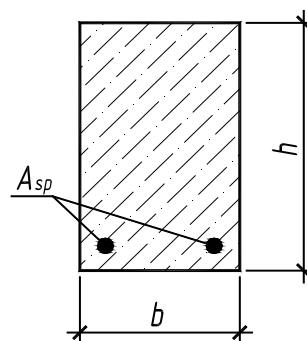


Рис. 1. Поперечное сечение балки

Изменчивость постоянной нагрузки описывается нормальным законом распределения, снеговой – двойным экспоненциальным законом [8, 10]. Балка относится к той конструкции, образование трещин в которой не

Таблица 1

Нагрузки, действующие на балку

Наименование	Среднее значение, Н/м ²	Среднее квадратическое отклонение
Гидроизоляционный ковер	78	8,3
Цементно-песчаная стяжка	630	107,1
Утеплитель	480	25,4
Пароизоляция	30	2
Железобетонная плита покрытия ($\delta = 80$ мм)	1 996	63,14
Железобетонная балка покрытия	832	27,26
Снеговая нагрузка: $T = 1$ год	1 104	514
$T = 50$ лет	2 671	

допускается. Требуется определить нормативную вероятность по трещиностойкости на период времени T , равный 50 годам.

Так как пример не привязан к конкретному объекту, то специальные экономические расчеты по определению начальной стоимости и потерь, возникающих в случае наступления отказа, не проводились.

Первоначальная стоимость C_0 , принятая в дальнейший расчет, имеет следующую структуру [11]:

- материалы – 55 %;
- топливо, электроэнергия – 3 %;
- заработная плата – 10 %;
- цеховые и общезаводские расходы – 29 %;
- прочие расходы – 3 %.

Потери, возникающие в случае наступления отказа, т. е. в результате появления трещины, были приняты равными $2C_0$.

В исходных данных уже заданы размеры поперечного сечения балки, класс бетона и класс арматуры. Это сделано в предположении, что расчет по несущей способности уже выполнен и назначены необходимые параметры конструкции.

Для выполнения расчета была создана специальная программа на языке программирования Visual Basic for Application, являющемся частью табличного редактора Microsoft Excel 2003.

Варьированием одного параметра (площади продольной арматуры) с использованием вероятностно-оптимизационного метода была вычислена нормативная надежность по трещиностойкости. При варьировании площадь арматуры назначалась с шагом $0,05 \text{ см}^2$. В результате расчета оказалось, что оптимальная вероятность безотказности работы оказалась равной 0,9932, а необходимая площадь арматуры $2,85 \text{ см}^2$ (табл. 2, рис. 2).

Таблица 2

Результаты расчета

Номер	Площадь продольной арматуры, см^2	Изгибающий момент от внешней нагрузки, Н·м		Изгибающий момент при образовании трещин, Н·м		Индекс надежности	Вероятность		Целевая функция, р.
		Среднее значение	Среднее квадратическое отклонение	Среднее значение	Среднее квадратическое отклонение		безотказной работы	отказа	
1	2,5	40 304,76	3 181,21	48 760,64	3 683,69	1,73	0,9619	0,0381	5 253,07
2	2,6	40 304,76	3 181,21	49 938,49	3 751,06	1,95	0,9762	0,0238	5 147,66
3	2,7	40 304,76	3 181,21	51 110,57	3 819,70	2,17	0,9854	0,0146	5 090,73
4	2,8	40 304,76	3 181,21	52 271,13	3 889,53	2,38	0,9912	0,0088	5 067,12
5	2,85	40 304,76	3 181,21	52 847,63	3 924,87	2,48	0,9932	0,0068	5 064,00
6	2,9	40 304,76	3 181,21	53 428,02	3 960,50	2,58	0,9947	0,0053	5 064,98
7	3,0	40 304,76	3 181,21	54 575,23	4 032,55	2,77	0,9969	0,0031	5 076,69
8	3,2	40 304,76	3 181,21	56 847,95	4 179,65	3,14	0,9989	0,0011	5 122,34

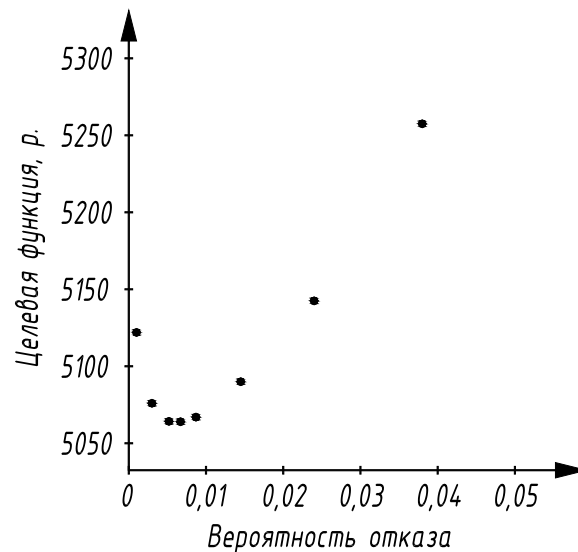


Рис. 2. Зависимость целевой функции от вероятности отказа

Представленный пример, конечно, условный и не имеет отношения к какому-то конкретному объекту. Но он показал возможность вычисления нормативной надежности по трещиностойкости предлагаемым способом.

Определение вероятности безотказной работы (отказа) при комбинации нормального и двойного экспоненциального законов распределений осуществлялось в соответствии с рекомендациями [10].

Описанный в статье способ определения нормативной надежности по трещиностойкости позволяет решить одну из существующих проблем надежности железобетонных конструкций. Он может быть использован при проектировании железобетонных изгибаемых конструкций, в которых образование трещин не допускается.

Библиографический список

1. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. М., 2012.
2. Чирков В. П. Прогнозирование трещиностойкости предварительно-напряженных железобетонных балок с учетом фактора времени // Бетон и железобетон. 2001. № 2. С. 21–25.
3. Таль К. Э. Вопросы надежности железобетонных сооружений за рубежом // Бетон и железобетон. 1973. № 11. С. 42–43.
4. Тамрзян А. Г. К оценке определения уровня риска чрезвычайных ситуаций по основным признакам его проявления на сооружение // Бетон и железобетон. 2001. № 5. С. 8–10.
5. Громацкий В. А. Оценка надежности железобетонных изгибаемых элементов по деформациям // Строительная механика и расчет сооружений. 2007. № 2. С. 35–40.
6. Шпете Г. Надежность несущих строительных конструкций. М. : Стройиздат, 1994. 288 с.
7. Ржаницын А. Р., Снарскис Б. И., Сухов Ю. Д. Основные положения вероятностно-экономической методики расчета строительных конструкций // Строительная механика и расчет сооружений. 1979. № 3. С. 67–71.
8. Райзер В. Д. Теория надежности в строительном проектировании. М. : АСВ, 1998. 304 с.
9. Рекомендации по учету ползучести и усадки бетона при расчете бетонных и железобетонных конструкций / НИИЖБ Госстроя СССР. М. : Стройиздат, 1988. 120 с.
10. Лычев А. С. Надежность строительных конструкций : учеб. пособие. М. : АСВ, 2008. 184 с.
11. Железобетонные и каменные конструкции / В. М. Бондаренко, Р. О. Бакиров, В. Г. Назаренко, В. И. Римшин ; под ред. В. М. Бондаренко. 3-е изд. М. : Высш. шк., 2004. 876 с.

E. P. Gerasimov

The use of Probabilistic Methods for Calculating the Normative Reliability on the Fracture Toughness of Reinforced Concrete Bending Elements

Abstract. One of the features of reinforced concrete structures is their work with the presence of cracks (normal and (or) inclined). The very fact of the presence of cracks, of course, does not mean the failure rate of the structures, but calculation of the formation of cracks is mandatory in the design of reinforced concrete structures. Modern achievements in the field of structural calculations and study of the work of materials, allow the calculation of crack formation to be performed as accurately as possible. But at the same time, there are a number of unresolved issues concerning this calculation. One such question is: "what should be the optimal difference between the force at which a crack is formed and the force from the external load?". The use of the method of limiting states does not solve this problem. Perhaps this issue can be solved only using probabilistic calculation methods. Only the answer is not the difference, but the optimal probability that a crack is not formed. The optimal probability in this case can be taken as the normative (or for the normative reliability according to the fracture toughness).

The article proposes a way to calculate this normative reliability. The calculation is based on the use of a probabilistic-optimization method taking into account changes in the state of reinforced concrete structures and the external load in time. The solution considers the basic provisions for calculating the formation of only normal cracks in reinforced concrete bending elements using the methods of reliability theory.

Key words: *reinforced concrete structures; probabilistic calculation methods; reliability of building structures; calculation for the formation of cracks.*

Герасимов Евгений Петрович – кандидат технических наук, доцент кафедры «Строительное производство» НГУАДИ. E-mail: Evgeniy_30_04_82@mail.ru