

УДК 624.012.46

А. М. Попов, В. Б. Зиновьев, Л. А. Сподарева

Исследование колебаний пластин с помощью голографической интерферометрии во встречных пучках

Поступила 02.11.2018

Рецензирование 07.11.2018

Принята к печати 09.11.2018

Голограммы Денисюка широко использовались при изучении деформированного состояния изделий из различных материалов при статическом приложении нагрузки. Большое количество элементов конструкций подвержено периодически изменяющимся воздействиям. Целью работы является оценка возможности применения для исследования колебаний схемы записи голограмм во встречных пучках совместно с методом усреднения во времени. На основе векторного описания световых волн получены разрешающие уравнения для картин интерференционных полос, регистрируемых голограммой, записанной во встречных пучках, вблизи поверхности, совершающей установившиеся колебания. Запись голограммы производится в одну экспозицию, объект освещается плоским когерентным пучком света, направленным по нормали к регистрирующей среде. Длительность экспозиции значительно превышает период колебания поверхности исследуемого изделия.

Показано, что погрешности, обусловленные использованием в разрешающих уравнениях только первого члена убывающего, знакопеременного ряда, предназначенного для вычисления корней функции Бесселя первого рода нулевого порядка, не превышают 2,2 %. Оценены допустимые величины амплитуд колебаний при исследовании с помощью метода усреднения во времени. При использовании гелий-неонового лазера качественные интерферограммы регистрируются при амплитудах колебаний, не превышающих 10 мкм.

В качестве примера приводятся результаты изучения колебаний круглой металлической пластины и конуса из неметаллического материала, который представляет собой поверхность вращения, образованную вращением параболы. Результаты работы показали, что применение оптической схемы записи голограмм во встречных пучках методом усреднения во времени позволяет изучать форму малых колебаний тел, изготовленных как из металла, так и из неметаллических материалов.

Ключевые слова: *перемещения, амплитуда, колебания, пластина, метод усреднения во времени, голографическая интерферометрия, голограммы во встречных пучках, функции Бесселя.*

Оптические методы исследования применяются для изучения рельефа поверхности изделий [1] и их деформированного состояния [2, 3]. Ю. Н. Денисюк [4, 5] предложил способ записи голограмм во встречных пучках. Особенностью данного метода является то, что регистрирующая среда располагается в непосредственной близости от исследуемого объекта. Это позволяет производить запись голограмм без специальной виброзащиты. Голограммы Денисюка широко использовались при изучении стационарного деформированного состояния изделий при различных видах нагружения и из различных материалов [6–8]. При этом предполагалось, что наблюдаемые картины соответствуют получаемым традиционными методами [9, 10]. В более поздних работах были выведены разрешающие уравнения для картин полос, полученных при восстановлении голограмм в две экспозиции в проходящем и отраженном свете [11, 12]. В настоящей работе предлагается использовать для исследования колебаний способ

записи голограмм во встречных пучках с применением методики усреднения во времени [13].

Идея метода усреднения во времени заключается в следующем. В случае когда объект совершает колебания во время экспозиции, длительность которой значительно больше периода колебаний, на голограмме запишутся волны, рассеянные этим объектом во всех состояниях, которые он проходит за время экспозиции. Для получения уравнений, связывающих положение интерференционных полос, образующихся при записи голограмм вблизи тела, совершающего колебания, и амплитуды колебаний, допустим, что перед исследуемым участком расположена фотопластинка с высокоразрешающей фотоэмульсией. Поверхность тела подвержена установившимся, т. е. не изменяющимся во времени колебаниям (по крайней мере, за время экспозиции). Направление колебаний совпадает с направлением нормали к регистрирующей среде и описывается выражением

$$Z = Z_0 \cos(\omega t), \quad (1)$$

где Z_0 – амплитуда колебаний; ω – угловая частота колебаний.

Во время экспонирования регистрирующая среда освещается плоским когерентным волновым фронтом (рис. 1). Картины, фиксируемые при восстановлении голограмм в отраженном от регистрирующей среды свете, зависят от интерференции волн, отраженных от исследуемой поверхности с освещающим волновым фронтом в процессе записи голограмм. Найдем зависимость между картинами полос, наблюдаемыми в отраженном свете, и амплитудой колебания точек поверхности. Пусть при экспонировании в плоскости регистрирующей среды объектная и опорная волны описываются векторами $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_{R1}$ соответственно. В результате фотопластинку будет освещать вектор $\vec{A}_t$:

$$\vec{A}_t = \vec{A}_1 + \vec{A}_{R1}. \quad (2)$$

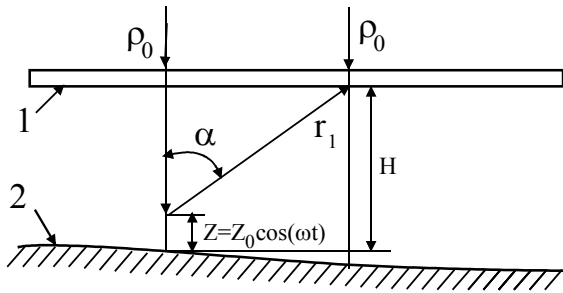


Рис. 1. Оптическая схема:

1 – регистрирующая среда; 2 – исследуемая поверхность

Как известно, квадрат модуля вектора освещающего света равен интенсивности света:

$$I = \vec{A}_t \cdot \vec{A}_t^* = \vec{A}_1 \cdot \vec{A}_1 + \vec{A}_{R1} \cdot \vec{A}_1 + \vec{A}_1 \cdot \vec{A}_{R1} + \vec{A}_{R1} \cdot \vec{A}_{R1}^*. \quad (3)$$

Комплексно сопряженные вектора обозначены знаком *.

Пусть время экспонирования составляет nT , где T – период колебаний исследуемой поверхности. Тогда если колебания стационарные, то на регистрирующую среду попадет энергия, величина которой определяется выражением

$$E = n \int_0^T I dt;$$

$$E = n \int_0^T \vec{A}_1^* \cdot \vec{A}_1 \cdot dt + n \int_0^T \vec{A}_{R1}^* \cdot \vec{A}_1 \cdot dt +$$

$$+ n \int_0^T \vec{A}_1^* \cdot \vec{A}_{R1} \cdot dt + n \int_0^T \vec{A}_{R1}^* \cdot \vec{A}_{R1} \cdot dt. \quad (4)$$

После фотохимической обработки голограммы ее коэффициент пропускания τ принимают пропорциональным энергии, полученной регистрирующей средой:

$$\tau \approx E = n \int_0^T \vec{A}_1^* \cdot \vec{A}_1 \cdot dt + n \int_0^T \vec{A}_{R1}^* \cdot \vec{A}_1 \cdot dt +$$

$$+ n \int_0^T \vec{A}_1^* \cdot \vec{A}_{R1} \cdot dt + n \int_0^T \vec{A}_{R1}^* \cdot \vec{A}_{R1} \cdot dt. \quad (5)$$

В процессе восстановления интерферограммы световой волной с вектором $\vec{A}_{RC}$ появляются волны, световой вектор которых определяется следующим выражением:

$$\vec{A}_B = \tau \cdot \vec{A}_{RC} = \left(n \int_0^T \vec{A}_1^* \cdot \vec{A}_1 \cdot dt + n \int_0^T \vec{A}_{R1}^* \cdot \vec{A}_{R1} \cdot dt + \right.$$

$$\left. + n \int_0^T \vec{A}_{R1}^* \cdot \vec{A}_1 \cdot dt + n \int_0^T \vec{A}_1^* \cdot \vec{A}_{R1} \cdot dt \right) \vec{A}_{RC}. \quad (6)$$

Первые два слагаемых описывают свет, недефрагировавший на интерферограмме, третье слагаемое соответствует мнимому изображению, а четвертое – действительному. Мы будем рассматривать только мнимое изображение

$$\vec{A}_{BM} = \left(n \int_0^T \vec{A}_{R1}^* \cdot \vec{A}_1 \cdot dt \right) \vec{A}_{RC}. \quad (7)$$

Как упоминалось ранее, интенсивность света равна квадрату модуля световой волны:

$$I = \vec{A}_{BM} \cdot \vec{A}_{BM}^* =$$

$$= \left[\left(n \int_0^T \vec{A}_{R1}^* \cdot \vec{A}_1 \cdot dt \right) \vec{A}_{RC} \right] \left[\left(n \int_0^T \vec{A}_{R1} \cdot \vec{A}_1 \cdot dt \right) \vec{A}_{RC}^* \right];$$

$$I = \left(n \int_0^T \vec{A}_{R1}^* \cdot \vec{A}_1 \cdot dt \right)^2 I_{RC}, \quad (8)$$

где I_{RC} – интенсивность восстанавливающей волны, влияющая только на яркость восстановленной картины (учитывать ее мы не будем).

Количество колебаний, совершаемых телом за время экспозиции n , также не оказывает влияния на положение интерференционных полос, поэтому его можно не учитывать.

Векторы световых волн можно представить в комплексной форме:

$$\begin{aligned}\vec{A}_1 &= A_1 e^{i(-\vec{K}_1, \vec{r}_1)} = A_1 e^{iK \cos(\alpha) Z_0 \cos(\omega t)}; \\ \vec{A}_{R1} &= A_{R1} e^{i(-\vec{K}_{R1}, \vec{r}_1)} = A_{R1} e^{-iK Z_0 \cos(\omega t)}; \\ \vec{A}_{R1}^* &= A_{R1} e^{iK Z_0 \cos(\omega t)},\end{aligned}\quad (9)$$

где $\vec{K}$ – волновой вектор; $K = \frac{2\pi}{\lambda}$ – модуль волнового вектора (λ – длина световой волны).

Поэтому интенсивность восстановленного мнимого изображения определяется выражением

$$I = \left(\int A_1 e^{iK \cos(\alpha) Z_0 \cos(\omega t)} A_{R1} e^{iK Z_0 \cos(\omega t)} dt \right)^2. \quad (10)$$

Сделаем допущение, что амплитуды предметной и опорной волн равны: $A_1 = A_{R1} = A_0$, выражение (10) представим в виде

$$I = A_0^4 \left(\int_0^T e^{iK(1+\cos(\alpha))Z_0 \cos(\omega t)} dt \right)^2. \quad (11)$$

Функцию Бесселя первого рода нулевого порядка можно выразить в интегральной форме:

$$J_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ix \cos(\varphi)} d\varphi. \quad (12)$$

Сделаем замену переменных $\varphi = \omega t$, тогда $d\varphi = \omega dt$ и интегрирование надо производить в пределах от 0 до T :

$$J_0(x) = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^T e^{ix \cos(\omega t)} dt = \frac{1}{T} \int_0^T e^{ix \cos(\omega t)} dt. \quad (13)$$

При записи выражения (13) учтено, что $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

Интенсивность картины, наблюдаемой в восстановленном изображении, подчиняется закону

$$I_i = T^2 A_0^4 J_0^2 [K(1 + \cos \alpha) Z_0], \quad (14)$$

где α – угол наблюдения.

Минимум освещенности на восстановленном изображении будет наблюдаться, когда функция Бесселя равна нулю. Корни функции Бесселя x_0 определяются рядом

$$\begin{aligned}x_0 &= \frac{\pi}{4} (4N-1) + \frac{1}{2\pi(4N-1)} - \\ &\quad - \frac{31}{6\pi^3(4N-1)^3} + \dots\end{aligned}\quad (15)$$

Отсюда следует, что в первом приближении темные полосы будут иметь место при выполнении условия

$$\frac{2\pi}{\lambda} (\cos \alpha + \cos \beta) Z = \frac{\pi}{4} (4N-1). \quad (16)$$

Поэтому для голограмм, записанных по схеме, предложенной Ю. Н. Денисюком, при угле наблюдения $\alpha = 0^\circ$ темные полосы наблюдаются в точках, где амплитуды колебаний исследуемой поверхности удовлетворяют уравнению

$$Z_0 = \frac{(4N-1)\lambda}{16}.$$

Оценим ошибку, возникающую при замене (13) на первый член. Ряд, с помощью которого вычисляют корни функции Бесселя, знакопеременный, убывающий. Следовательно, если учитывать только первый член ряда, то абсолютная величина погрешности не превышает величины второго члена ряда:

$$\Delta x \leq \frac{1}{2\pi(4N-1)}.$$

Тогда относительная ошибка, допускаемая при данном приближении, равна:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x} = \frac{2}{\pi^2 (4N-1)^2}.$$

Относительная ошибка, вычисленная по приведенной формуле, составляет 2,2 % для интерференционной полосы с порядковым номером $N = 1$, а при $N = 2$ $\varepsilon = 0,4$ %.

Для оценки допустимой величины амплитуды колебаний рассмотрим график функции Бесселя первого рода нулевого порядка, представленный на рис. 2. График функции построен в среде Mathcad 14.

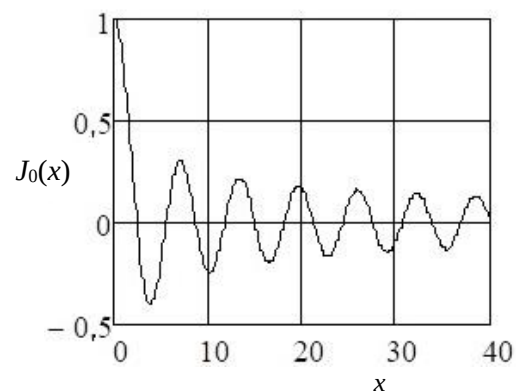


Рис. 2. График функции Бесселя первого рода нулевого порядка

Как видно из рис. 2, максимальные значения функции Бесселя убывают с увеличением координаты: после третьего корня максимальное значение функции – около 0,2, а после пятого – 0,15. Это приводит к тому, что полосы с порядками более пяти слабо различимы. Следовательно, при использовании гелий-неонового лазера с длиной волны 0,6328 мкм допустимая величина амплитуды колебаний не должна превышать 10 мкм.

Описанная методика применялась для изучения колебаний двух тел с различным коэффициентом отражения. Для этого на голографическом столе СИН собиралась оптическая схема, представленная на рис. 3.

В качестве первого объекта исследования была выбрана круглая стальная практически зеркальная пластина (рис. 4, а). Диаметр пластины $d = 40$ мм, толщина $t = 0,24$ мм, внешний контур пластины был зажат с помощью пластмассовой гайки. Снизу под пластиной размещался электромагнит М (см. рис. 4, а), представляющий собой П-образный стальной сердечник, на который навита катушка с 400 витками проволоки. С помощью электромагнита задавались колебания пластины.

На рис. 4, б приведена фотография интерферограммы, записанной при частоте колебаний 1,4 кГц. Как видно, максимальные колебания смещены от центра пластины. Это может быть обусловлено неравномерным зажатием контура пластины.

В качестве второго объекта исследования выбран конус, который представлял собой поверхность вращения, образованную вращением параболы (рис. 5, а). Конус отлит из бумаги, затем пропитан лаком. Закрепление конуса производилось с помощью гибкой подвески. В вершине конуса была закреплена катушка К (см. рис. 5, а). Катушка размещалась в постоянном магните и служила для задания колебаний конуса.

Поверхность конуса имела слабую отражательную способность, поэтому перед записью голограмм она покрывалась бронзовой пудрой. На поверхность с помощью ватного тампона наносился слой пудры, затем излишки удалялись с помощью пылесоса и одновременно стряхивались путем подачи предельно возможного напряжения на частоте, близкой к резонансной.

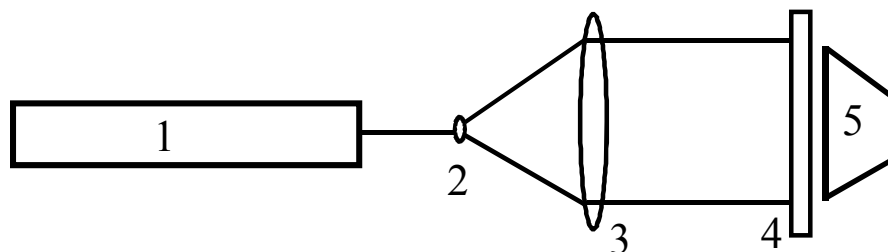


Рис. 3. Схема записи голограмм:
1 – лазер; 2 – микрообъектив; 3 – коллиматор; 4 – фотопластинка; 5 – объект исследования

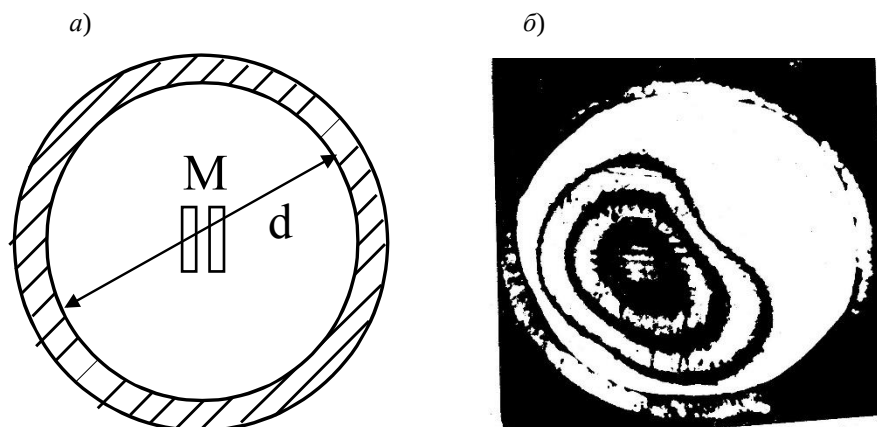


Рис. 4. Стальная круглая пластина:
а – схема; б – интерферограмма

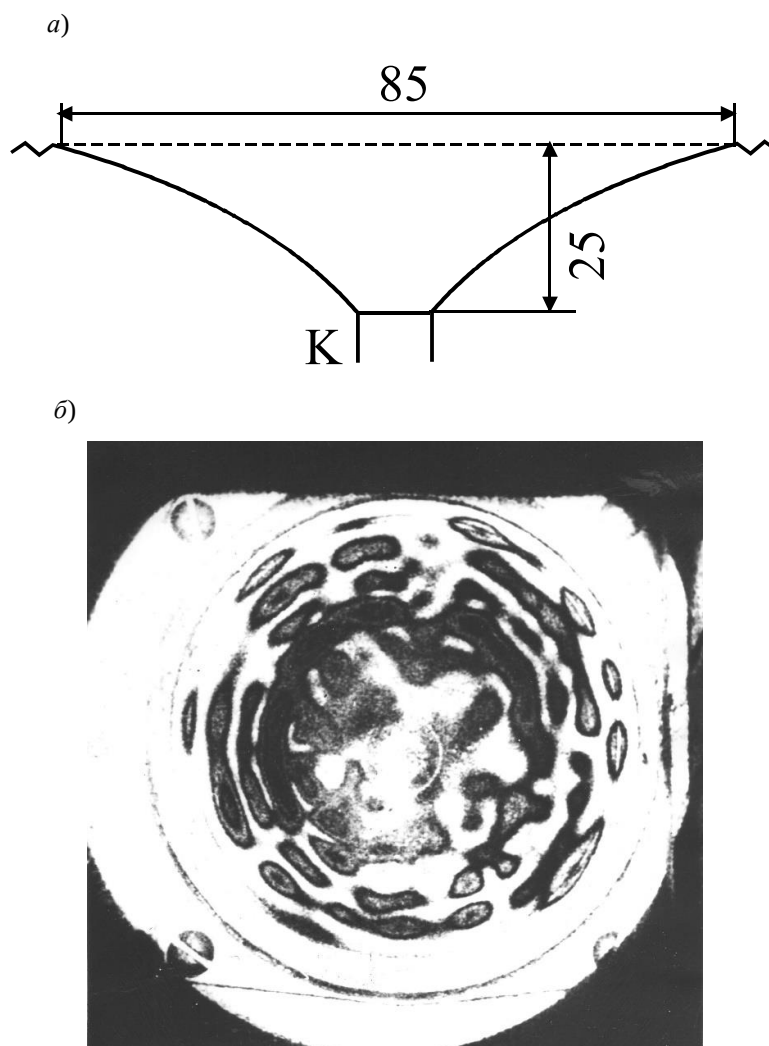


Рис. 5. Коническая поверхность:
а – схема; б – интерферограмма

На рис. 5, б приведена фотография интерферограммы, зарегистрированной при колебаниях конуса с частотой 9 кГц. Как видно из фотографии, на данной частоте конус имеет много мод колебаний. Форма колебаний очень сложная, и ее анализ затруднен.

Проведенные исследования показали, что применение оптической схемы записи голограмм во встречных пучках в методе усреднения во времени позволяет изучать форму малых колебаний тел, изготовленных как из металла, так и из неметаллических материалов, при этом не требуется специальных мер виброизоляции.

Библиографический список

1. Popov A. M., Zinoviev V. B., Kolesnikov A. V. Optimization of fringe pattern scheme registration in moiré topography // Proceedings of SPIE – The International Society for Optical Engineering. 1996. Т. 2791. С. 150–155.
2. Попов А. М., Зиновьев В. Б., Сподарева Л. А. Деформированное состояние элементов деревянных мостовых конструкций вблизи нагеля круглого сечения // Научные проблемы транспорта Сибири и Дальнего Востока. 2015. Вып. 3. С. 77–80.
3. Бородин Е. М., Бородин К. Н., Бородин А. Н. Применение спекл-голографии при определении пространственных перемещений и деформаций // Концепт : науч.-метод. электрон. журн. 2014. Т. 20. С. 1361–1365. URL: <http://e-koncept.ru/2014/54536.htm> (дата обращения: 08.10.2018).
4. Денисюк Ю. Н. Голография с записью в трехмерных и двухмерных средах // Труды Государственного оптического института имени С. И. Вавилова. 1969. Т. 36, вып. 165. С. 121–131.
5. Денисюк Ю. Н. Принципы голографии. Л. : Изд-во Гос. опт. ин-та им. С. И. Вавилова, 1979. 125 с.

6. Островская Г. В. Голографическая интерферометрия физических процессов // Журнал технической физики. 2016. Т. 86, вып. 6. С. 1–16.
7. Герасимов С. И., Жилкин В. А. Контактный голографический интерферометр для исследования деформаций оболочек вращения малой кривизны // Прикладная механика и техническая физика. 2006. Т. 47, № 3. С. 176–182.
8. Экспериментальное определение допустимых расстояний между нагелями в древесине / А. М. Попов, В. Б. Зиновьев, Л. И. Ким, Л. А. Сподарева // Вестник Сибирского государственного университета путей сообщения. 2012. Вып. 28. С. 160–167.
9. Жилкин В. А., Зиновьев В. Б. Возможные методы расшифровки голографических объемных голограмм, записанных у поверхности металлизированных растров // Механика деформируемого тела и расчет транспортных сооружений : сб. тр. Новосибирск, 1980. С. 113–120.
10. Бакулин В. Н., Рассоха А. А. Метод конечных элементов и голографическая интерферометрия в механике композитов. М. : Машиностроение, 1987. 312 с.
11. Герасимов С. И., Жилкин В. А., Остроменский П. И. Изучение процесса накопления деформаций при повторном нагружении с использованием накладного голографического интерферометра // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2013. № 11–12 (659–660).
12. Герасимов С. И., Жилкин В. А., Власов Г. М. Контактные голографические интерферометры для исследования упругопластических деформаций элементов конструкций // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2012. № 4 (640). С. 112–123.
13. Вест Ч. Голографическая интерферометрия. М. : Мир, 1982. 504 с.

A. M. Popov, V. B. Zinoviev, L. A. Spodareva

The Study of Plate Oscillations Using Holographic Interferometry in Colliding Beams

Abstract. Denisyuk holograms were widely used to study the deformed state of products made from various materials under static load application. A large number of structural elements are subjected to periodically varying effects. The aim of the work is to assess the applicability for the study of vibrations, the scheme for recording holograms in colliding beams together with the averaging method in time. Based on the vector description of light waves, resolving equations are obtained for the patterns of interference fringes recorded by a hologram recorded in colliding beams near the surface making steady-state oscillations. The hologram is recorded in one exposure; the object is illuminated by a flat coherent beam of light directed normal to the recording medium. The duration of exposure is much longer than the period of the investigated product surface oscillation.

It is shown that the errors due to the use of only the first term of the decreasing, alternating series in the resolving equations, designed to calculate the Bessel function roots of the first kind zero order, do not exceed 2.2 %. The admissible magnitudes of the oscillation amplitudes are estimated using the time averaging method. When using helium – neon laser, high-quality interferograms are recorded at amplitudes of oscillations not exceeding 10 microns.

As an example, the results of oscillations studies of a round metal plate and a cone of non-metallic material are given, which was the surface of revolution formed by the parabola rotation. Studies have shown that the use of an optical scheme for recording holograms in colliding beams in the time averaging method makes it possible to study the shape of small oscillations of bodies made from both metal and non-metallic materials.

Key words: *displacements; amplitude; oscillations; plate; time averaging method; holographic interferometry; holograms in colliding beams; Bessel functions.*

Попов Анатолий Михайлович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Теоретическая механика» СГУПС. E-mail: 47604@mail.ru

Зиновьев Владимир Борисович – кандидат технических наук, доцент кафедры «Теоретическая механика» СГУПС. E-mail: vbzinoviev@mail.ru

Сподарева Любовь Анатольевна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Теоретическая механика» СГУПС. E-mail: laspod@mail.ru